

Bruno Fraga Ferreira
Lafayette S. G. Jota

Matemática do enem 2

Funções

Combinatória

Probabilidade

Estatística

Coleção FOCOS

 **fermat**
CURSOS DE MATEMÁTICA

Olá, tudo bom?

Estatística é um dos temas centrais para a prova do Enem!

Esse material é o capítulo 05 do volume 02 da **Coleção Matemática do Enem**.

Traz teoria, exemplos, questões propostas e todos os exercícios do Enem estarão resolvidos ao final desse material.

Se você tem interesse em adquirir essa coleção, acesse o link na bio do Insta

[**@mat_pra_todos**](#)

e adquira o quanto antes.

A coleção completa inclui 3 livros digitais (versão pdf) e custa apenas **R\$ 97**.

Esse vai ser o último Enem da sua vida!!

Prof. Bruno Fraga



Conteúdo

Conheça o Enem001
Capítulo 01 - Funções.....	.005
Capítulo 02 - Sequências.....	.073
Capítulo 03 - Combinatória.....	.087
Capítulo 04 - Probabilidade.....	.115
Capítulo 05 - Estatística.....	.145
Capítulo 06 - Matrizes.....	.201
Gabaritos.....	.207
Bibliografia.....	.264

MÓDULO 01
TABELAS

A Estatística é uma ciência que utiliza números para descrever fatos. Tais dados devem ser organizados, analisados e interpretados para que permitam a tomada de decisões. Muitas vezes essas decisões são baseadas na incerteza, porque os dados são apenas uma amostra típica de determinada "população". A estatística é usada em todos os ramos da atividade humana, acumulando grande quantidade de dados numéricos relativos a eventos sociais, científicos, econômicos, esportivos etc.

Na estatística, para cada informação que se quer comunicar há uma linguagem mais adequada a ser utilizada, e aí se incluem textos, tabelas e gráficos. Eles são usados para facilitar a leitura do conteúdo, já que apresentam as informações de maneira mais visual.

No caso de tabelas, os dados são organizados em linhas e colunas, para facilitar as comparações das informações. Há geralmente um título que descreve, de maneira clara, do que trata aquela tabela.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

(Enem/09) A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão - ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	2,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é

- inferior a 0,18.
- superior a 0,18 e inferior a 0,50.
- superior a 0,50 e inferior a 1,50.
- superior a 1,50 e inferior a 2,80.
- superior a 2,80.

Resolução

Taxa média de variação é melhor obtida ao se analisar os valores **inicial e final** da grandeza observada.

Como o texto especifica a taxa de variação entre a emissão e a produção, a divisão a ser feita é:

$$t = \frac{\Delta \text{Emissão}}{\Delta \text{Produção}} = \frac{4 - 2,14}{2 - 1,1} = \frac{1,86}{0,9} = 2,066\dots$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

398. (Enem/14) O Ministério da Saúde e as unidades federadas promovem frequentemente campanhas nacionais e locais de incentivo à doação voluntária de sangue, em regiões com menor número de doadores por habitante, com o intuito de manter a regularidade de estoques nos serviços hemoterápicos. Em 2010, foram recolhidos dados sobre o número de doadores e o número de habitantes de cada região conforme o quadro seguinte.

Taxa de doação de sangue, por região, em 2010

Região	Doadores	Número de habitantes	Doadores/habitantes
Nordeste	820 959	53 081 950	1,5%
Norte	232 079	15 864 454	1,5%
Sudeste	1.521.766	80 364 410	1,9%
C. Oeste	362 334	14 058 094	2,6%
Sul	690 391	27 386 891	2,5%
Total	3.627.529	190755799	1,9%

Os resultados obtidos permitiram que estados, municípios e o governo federal estabelecessem as regiões prioritárias do país para a intensificação das campanhas de doação de sangue.

A campanha deveria ser intensificada nas regiões em que o percentual de doadores por habitantes fosse menor ou igual ao do país.

Disponível em: <http://bvsms.saude.gov.br>.

Acesso em: 2 ago. 2013 (adaptado)

As regiões brasileiras onde foram intensificadas as campanhas na época são

- Norte, Centro-Oeste e Sul.
- Norte, Nordeste e Sudeste.
- Nordeste, Norte e Sul.
- Nordeste, Sudeste e Sul.
- Centro-Oeste, Sul e Sudeste.

399. (Enem/11) A tabela compara o consumo mensal, em kWh, dos consumidores residenciais e dos de baixa renda, antes e depois da redução da tarifa de energia no estado de Pernambuco

Como fica a tarifa			
Residencial			
Consumo mensal (kWh)	Antes	Depois	Economia
140	R\$ 71,04	R\$ 64,75	R\$ 6,29
185	R\$ 93,87	R\$ 85,56	R\$ 8,32
350	R\$ 177,60	R\$ 161,86	R\$ 15,74
500	R\$ 253,72	R\$ 231,24	R\$ 22,48
Baixa Renda			
Consumo mensal (kWh)	Antes	Depois	Economia
30	R\$ 3,80	R\$ 3,35	R\$ 0,45
65	R\$ 11,53	R\$ 10,04	R\$ 1,49
80	R\$ 14,84	R\$ 12,90	R\$ 1,94
100	R\$ 19,31	R\$ 16,73	R\$ 2,59
140	R\$ 32,72	R\$ 28,20	R\$ 4,53

Celpe. Diário de Pernambuco. 28 abr. 2010

Considere dois consumidores: um que é de baixa renda e gastou 100 kWh e outro do tipo residencial que gastou 185 kWh. A diferença entre o gasto desses consumidores com 1 kWh, depois da redução da tarifa de energia, mais aproximada, é de

- R\$ 0,27
- R\$ 0,29
- R\$ 0,32
- R\$ 0,34
- R\$ 0,61

400. (Enem/10) A classificação de um país no quadro de medalhas nos Jogos Olímpicos depende do número de medalhas de ouro que obteve na competição, tendo como critérios de desempate o número de medalhas de prata seguido do número de medalhas de bronze conquistados. Nas Olimpíadas de 2004, o Brasil foi o décimo sexto colocado no quadro de medalhas, tendo obtido 5 medalhas de ouro, 2 de prata e 3 de bronze. Parte desse quadro de medalhas é reproduzida a seguir

Classificação	País	Medalhas de ouro	Medalhas de prata	Medalhas de bronze	Total
8	Itália	10	11	11	32
9	Coréia do Sul	9	12	9	30
10	Grã-Bretanha	9	9	12	30
11	Cuba	9	7	11	27
12	Ucrânia	9	5	9	23
13	Hungria	8	6	3	17

Disponível em: <http://www.quadromedalhas.com.br>. Acesso em: 05 abr. 2010 (adaptado)

Se o Brasil tivesse obtido mais 4 medalhas de ouro, 4 de prata e 10 de bronze, sem alteração no número de medalhas dos demais países mostrados no quadro, qual teria sido a classificação brasileira no quadro de medalhas das Olimpíadas de 2004?

- 13°
- 12°
- 11°
- 10°
- 9°

401. (Enem/16) O censo demográfico é um levantamento estatístico que permite a coleta de várias informações. A tabela apresenta os dados obtidos pelo censo demográfico brasileiro nos anos de 1940 e 2000, referentes à concentração da população total, na capital e no interior, nas cinco grandes regiões.

Grandes regiões	População residente					
	Total		Capital		Interior	
	1940	2000	1940	2000	1940	2000
Norte	1632917	12900704	368528	3895400	1264389	9005304
Nordeste	14434080	47741711	1270729	10162346	13163351	37579365
Sudeste	18278897	72412411	3346991	18822986	14931846	53589425
Sul	5735305	25107616	459659	3290220	5275646	21817396
Centro-Oeste	1088182	11636728	152189	4291120	935993	7345608

Fonte: IBGE, Censo Demográfico. 1940/2000

O valor mais próximo do percentual que descreve o aumento da população nas capitais da Região Nordeste é

- a) 125% b) 231% c) 331% d) 700% e) 800%

402. (Enem/11) A cor de uma estrela tem relação com a temperatura em sua superfície. Estrelas não muito quentes (cerca de 3.000 K) nos parecem avermelhadas. Já as estrelas amarelas, como o Sol, possuem temperatura em torno dos 6.000 K; as mais quentes são brancas ou azuis porque sua temperatura fica acima dos 10.000 K. A tabela apresenta uma classificação espectral e outros dados para as estrelas dessas classes

Classe Espectral	Temperatura	Luminosidade	Massa	Raio
O5	40.000	5×10^5	40	18
B0	28.000	2×10^4	18	7
A0	9.900	80	3	2,5
G2	5.770	1	1	1
M0	3.460	0,06	0,5	0,6

Temperatura em Kelvin; Luminosidade, massa e raio, tomando o Sol como unidade

Se tomarmos uma estrela que tenha temperatura 5 vezes maior que a temperatura do Sol, qual será a ordem de grandeza de sua luminosidade?

- a) 20 000 vezes a luminosidade do sol.
 b) 28 000 vezes a luminosidade do sol.
 c) 28 850 vezes a luminosidade do sol.
 d) 30 000 vezes a luminosidade do sol.
 e) 50 000 vezes a luminosidade do Sol.

403. (Enem/07) O *Aedes aegypti* é vetor transmissor da dengue. Uma pesquisa feita em São Luís – MA, de 2000 a 2002, mapeou os tipos de reservatório onde esse mosquito era encontrado. A tabela abaixo mostra parte dos dados coletados nessa pesquisa.

	População de <i>A. aegypti</i>		
	2000	2001	2002
pneu	895	1658	974
tambor/tanque/depósito de barro	6855	46444	32787
vaso de planta	456	3191	1399
material de construção/peça de carro	271	436	276
garrafa/lata/plástico	675	2100	1059
poço/cisterna	44	428	275
caixa d'água	248	1689	1014
recipiente natural, armadilha, piscina e outros	615	2658	1178
total	10059	58604	38962

Se mantido o percentual de redução da população total de *A. aegypti* observada de 2001 para 2002, teria sido encontrado, em 2003, um número total de mosquitos

- a) menor que 5.000.
 b) maior que 5.000 e menor que 10.000.
 c) maior que 10.000 e menor que 15.000.
 d) maior que 15.000 e menor que 20.000.
 e) maior que 20.000.

404. (Enem/09) Nos últimos anos, o volume de petróleo exportado pelo Brasil tem mostrado expressiva tendência de crescimento, ultrapassando as importações em 2008. Entretanto, apesar de as importações terem se mantido praticamente no mesmo patamar desde 2001, os recursos gerados com as exportações ainda são inferiores àqueles despendidos com as importações, uma vez que o preço médio por metro cúbico do petróleo importado é superior ao do petróleo nacional. Nos primeiros cinco meses de 2009, foram gastos 2,84 bilhões de dólares com importações e gerada uma receita de 2,24 bilhões de dólares com as exportações. O preço médio por metro cúbico em maio de 2009 foi de 340 dólares para o petróleo importado e de 230 dólares para o petróleo exportado.

O quadro a seguir mostra os dados consolidados de 2001 a 2008 e dos primeiros cinco meses de 2009.

**Comércio exterior de petróleo
(milhões de m³)**

Ano	Importação	Exportação
2001	24,19	6,43
2002	22,06	13,63
2003	19,96	14,03
2004	26,91	13,39
2005	21,97	15,93
2006	20,91	21,36
2007	25,38	24,45
2008	23,53	25,14
2009	9,00	11,00

*Valores apurados de jan a maio de 2009

Disponível em: <http://www.anp.gov.br>

Acesso em: 15.jul.2009

Considere que as importações e exportações de petróleo de junho a dezembro de 2009 sejam iguais a 7/5 das importações e exportações, respectivamente, ocorridas de janeiro a maio de 2009. Nesse caso, supondo que os preços para importação e exportação não sofram alterações, qual seria o valor mais aproximado da diferença entre os recursos despendidos com as importações e os recursos gerados com as exportações em 2009?

- a) 600 milhões de dólares.
- b) 840 milhões de dólares.
- c) 1,34 bilhão de dólares.
- d) 1,44 bilhão de dólares.
- e) 2,00 bilhões de dólares.

405. (Enem/09) O quadro apresenta informações da área aproximada de cada bioma brasileiro.

Biomas continentais brasileiros	Área aproximada (km ²)	Área/total Brasil
Amazônia	4.196.943	49,29%
Cerrado	2.036.448	23,92%
Mata Atlântica	1.110.182	13,04%
Caatinga	844.453	9,92%
Pampa	176.496	2,07%
Pantanal	150.355	1,76%
Área Total Brasil	8.514.877	

Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 10.jul.2009 (adaptado)

É comum em conversas informais, ou mesmo em noticiários, o uso de múltiplos da área de um campo de futebol (com as medidas de 120 m x 90 m) para auxiliar a visualização de áreas consideradas extensas. Nesse caso, qual é o número de campos de futebol correspondente à área aproximada do bioma Pantanal?

- a) 1.400
- b) 14.000
- c) 140.000
- d) 1.400.000
- e) 14.000.000

406. (Enem/15) Alguns medicamentos para felinos são administrados com base na superfície corporal do animal. Foi receitado a um felino pesando 3,0 kg um medicamento na dosagem diária de 250 mg por metro quadrado de superfície corporal. O quadro apresenta a relação entre a massa do felino, em quilogramas, e a área de sua superfície corporal, em metros quadrados.

Relação entre a massa de um felino e a área de sua superfície corporal

Massa (kg)	Área (m ²)
1,0	0,100
2,0	0,159
3,0	0,208
4,0	0,252
5,0	0,292

NORSWORTHY, G. D. O paciente felino. São Paulo: Roca, 2009.

A dose diária, em miligramas, que esse felino deverá receber é de

a) 0,624. b) 52,0. c) 156,0.
d) 750,0. e) 1 201,9.

407. (Enem/08) O índice de massa corpórea (IMC) é uma medida que permite aos médicos fazer uma avaliação preliminar das condições físicas e do risco de uma pessoa desenvolver certas doenças, conforme mostra a tabela abaixo.

IMC	classificação	risco de doença
menos de 18,5	magreza	elevado
entre 18,5 e 24,9	normalidade	baixo
entre 25 e 29,9	sobrepeso	elevado
entre 30 e 39,9	obesidade	muito elevado
40 ou mais	obesidade grave	muitíssimo elevado

Considere as seguintes informações a respeito de João, Maria, Cristina, Antônio e Sérgio.

nome	peso (kg)	altura (m)	IMC
João	113,4	1,80	35
Maria	45	1,50	20
Cristina	48,6	1,80	15
Antônio	63	1,50	28
Sérgio	115,2	1,60	45

Os dados das tabelas indicam que

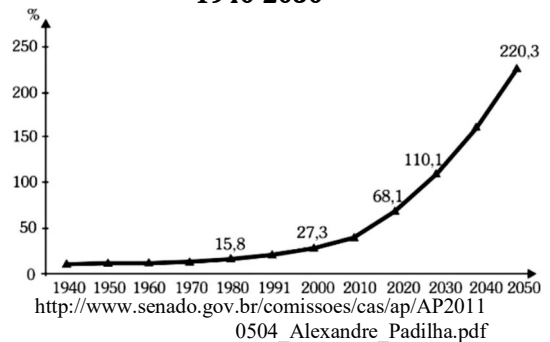
- a) Cristina está dentro dos padrões de normalidade.
b) Maria está magra, mas não corre risco de desenvolver doenças.
c) João está obeso e o risco de desenvolver doenças é muito elevado.
d) Antônio está com sobrepeso e o risco de desenvolver doenças é muito elevado.
e) Sérgio está com sobrepeso, mas não corre risco de desenvolver doenças.

MÓDULO 02 GRÁFICOS

2.1. Leitura de Gráficos

Uma das ferramentas mais usadas na linguagem matemática é a leitura e interpretação de gráficos. Ao ler e analisar um gráfico é importante conhecer alguns elementos chave: título, eixos e rótulos dos dados. Considere, como exemplo, o seguinte gráfico, conhecido como gráfico de linha:

Índice de envelhecimento (relação entre idosos de 60 anos ou mais e crianças menores de 15 anos). Brasil, 1940-2050



A respeito deste gráfico, considere os seguintes aspectos:

a) Título do gráfico: Nem todas as informações estão nos eixos. O título do gráfico *explica* o que é o índice de envelhecimento. A partir daí, sabemos que a variável do eixo y é o resultado da divisão $\frac{\text{n}^\circ \text{ idosos com 60 anos ou mais}}{\text{n}^\circ \text{ crianças com menos de 15 anos}}$.

b) Eixos dos gráficos: o significado e a unidade de cada um dos eixos é sempre importante e deve ser observado. Caso não esteja escrito ao lado de cada eixo, é porque o significado é óbvio no contexto. Note que neste caso existe um % no eixo vertical, indicando que os números dados são expressos em porcentagem.

c) Rótulos de dados: Em alguns anos, são dados valores específicos, como 15,8 em 1980. Estes valores se referem ao eixo y, ou seja, são valores do índice.

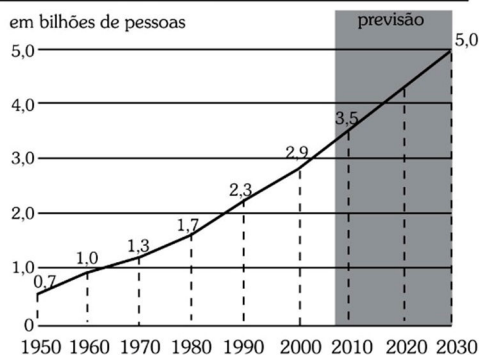
2.2. Gráficos de Linhas

O gráfico de linha apresentado no item anterior é um tipo de [gráfico](#) que exibe informações com uma série de pontos ligados por segmentos de reta. Como em um sistema cartesiano cada ponto está associado a duas informações, apresentadas nos eixos. Gráficos de linhas mostram de maneira clara como uma certa grandeza tem variado, em relação ao tempo por exemplo, a partir dos trechos ascendentes ou descendentes da linha traçada.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

(Enem/08) Uma pesquisa da ONU estima que, já em 2008, pela primeira vez na história das civilizações, a maioria das pessoas viverá na zona urbana. O gráfico a seguir mostra o crescimento da população urbana desde 1950, quando essa população era de 700 milhões de pessoas, e apresenta uma previsão para 2030, baseada em crescimento linear no período de 2008 a 2030.

Cresce a população urbano no mundo



Almanaque Abril, 2008, p. 128 (com adaptações)

De acordo com o gráfico, a população urbana mundial em 2020 corresponderá, aproximadamente, a quantos bilhões de pessoas?

- a) 4,00 b) 4,10 c) 4,15
d) 4,25 e) 4,50

Resolução

Crescimento linear indica que os valores crescem segundo uma função afim. Assim, tomando como base os valores de 2010 e 2030, temos:

Vamos considerar o modelo linear $y = ax + b$ em que x é o ano (contado a partir de 2010) e y , a população.

Pelas informações do gráfico temos:

$$\begin{cases} 3,5 = a \cdot 0 + b & \text{(I)} \\ 5,0 = a \cdot 20 + b & \text{(II)} \end{cases}$$

De (I), vem $b = 3,5$.

Substituindo em (II), temos

$$5 = a \cdot 20 + 3,5 \quad \therefore a = 0,075$$

Logo o modelo de crescimento é dado por

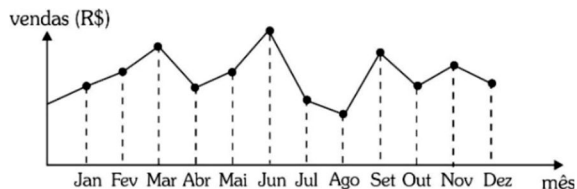
$$y = 0,075x + 3,5$$

Substituindo $x = 10$ para o ano de 2020, temos:

$$y = 0,075 \cdot 10 + 3,5 = 4,25$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

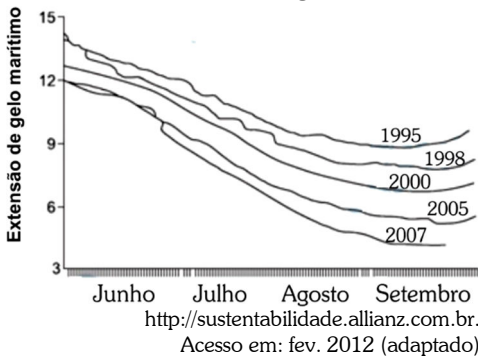
408. (Enem/12) O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.



De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absolutas em 2011 foram

- a) marco e abril.
- b) marco e agosto.
- c) agosto e setembro.
- d) junho e setembro.
- e) junho e agosto.

409. (Enem/12) O gráfico mostra a variação da extensão média de gelo marítimo, em milhões de quilômetros quadrados, comparando dados dos anos 1995, 1998, 2000, 2005 e 2007. Os dados correspondem aos meses de junho a setembro. O Ártico começa a recobrir o gelo quando termina o verão, em meados de setembro. O gelo do mar atua como o sistema de resfriamento da Terra, refletindo quase toda a luz solar de volta ao espaço. Águas de oceanos escuros, por sua vez, absorvem a luz solar e reforçam o aquecimento do Ártico, ocasionando derretimento crescente do gelo.



Com base no gráfico e nas informações do texto, é possível inferir que houve maior aquecimento global em

- a) 1995
- b) 1998
- c) 2000
- d) 2005
- e) 2007

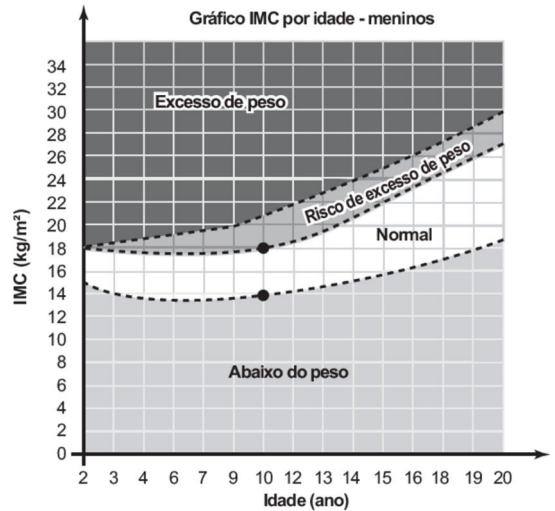
410. (Enem PPL/16) O Índice de Massa Corporal (IMC) pode ser considerado uma alternativa prática, fácil e barata para a medição direta de gordura corporal. Seu valor pode ser obtido pela fórmula

$$IMC = \frac{\text{Massa}}{(\text{Altura})^2}, \text{ na qual a massa é em}$$

quilograma e a altura, em metro. As crianças, naturalmente, começam a vida com um alto

índice de gordura corpórea, mas vão ficando mais magras conforme envelhecem, por isso os cientistas criaram um IMC especialmente para as crianças e jovens adultos, dos dois aos vinte anos de idade, chamado de IMC por idade.

O gráfico mostra o IMC por idade por meninos.



Uma mãe resolveu calcular o IMC de seu filho, um menino de dez anos de idade, com 1,20 m de altura e 30,92 kg.

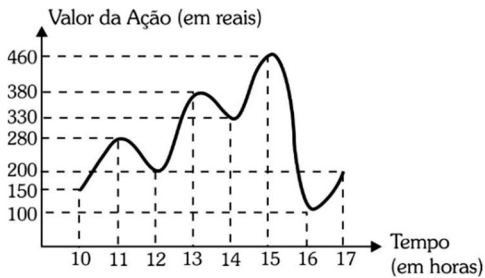
Disponível em: <http://saude.hsw.uol.com>.

Acesso em: 31 jul. 2012.

Para estar na faixa considerada normal de IMC, os valores mínimo e máximo que esse menino precisa emagrecer, em quilograma, devem ser, respectivamente,

- a) 1,12 e 5,12.
- b) 2,68 e 12,28.
- c) 3,47 e 7,47.
- d) 5,00 e 10,76.
- e) 7,77 e 11,77.

411. (Enem/12) O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

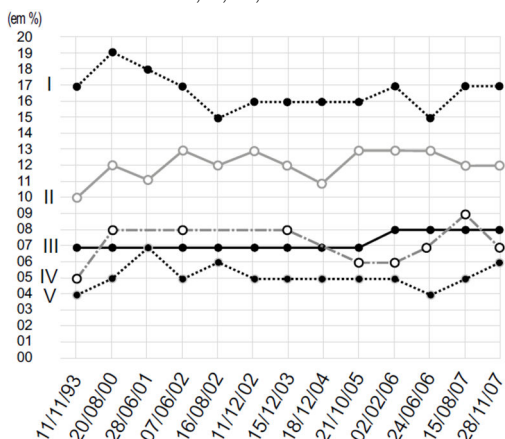
Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

412. (Enem PPL/23) O Torcidômetro é uma ferramenta para se entender a dinâmica do crescimento ou encolhimento das torcidas dos times de futebol no país.

O gráfico mostra a variação percentual, entre 1993 e 2007, das torcidas de cinco times numerados em: I, II, III, IV e V.

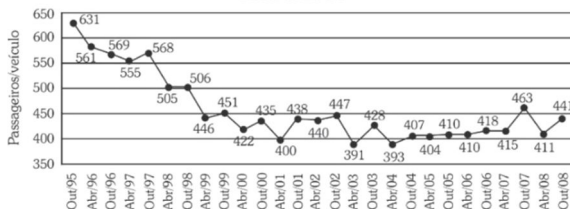


Os dados exibidos no gráfico indicam que a torcida que apenas cresceu, entre fevereiro de 2006 e agosto de 2007, foi a torcida do time

- a) I. b) II. c) III.
d) IV. e) V.

413. (Enem/09) Dados da Associação Nacional de Empresas de Transportes Urbanos (ANTU) mostram que o número de passageiros transportados mensalmente nas principais regiões metropolitanas do país vem caindo sistematicamente. Eram 476,7 milhões de passageiros em 1995, e esse número caiu para 321,9 milhões em abril de 2001. Nesse período, o tamanho da frota de veículos mudou pouco, tendo no final de 2008 praticamente o mesmo tamanho que tinha em 2001. O gráfico a seguir mostra um índice de produtividade utilizado pelas empresas do setor, que é a razão entre o total de passageiros transportados por dia e o tamanho da frota de veículos

Capitais Brasileiras - Sistemas de Ônibus Urbano*
Passageiros Transportados por Veículos/dia**
1995 a 2008



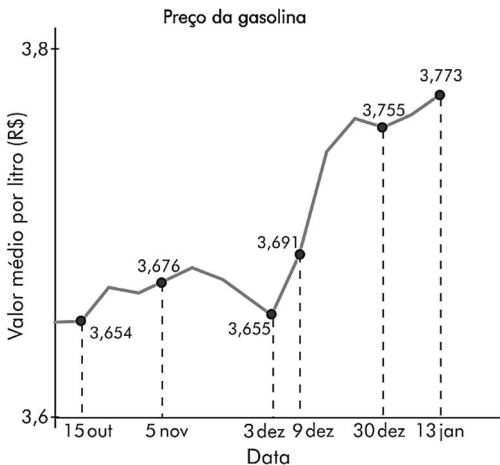
*São Paulo, Rio de Janeiro, Belo Horizonte, Recife, Porto Alegre, Salvador, Fortaleza, Curitiba e Goiânia
**Passageiro total mensal/frota/25

Disponível em: <http://www.ntu.org.br>. Acesso em 16 jul. 2009

Supondo que as frotas totais de veículos naquelas regiões metropolitanas em abril de 2001 e em outubro de 2008 eram do mesmo tamanho, os dados do gráfico permitem inferir que o total de passageiros transportados no mês de outubro de 2008 foi aproximadamente igual a

- a) 355 milhões
b) 400 milhões
c) 426 milhões
d) 441 milhões.
e) 477 milhões

414. (Enem PPL/21) Os preços médios da gasolina, etanol e diesel sofreram variações que foram registradas pela Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP), para a gasolina, em seis datas compreendidas no período entre 15 de outubro de 2015 e 13 de janeiro de 2016, conforme o gráfico.

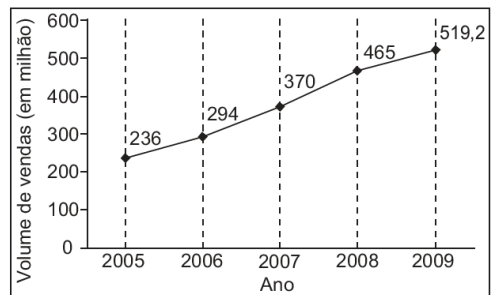


Disponível em: www.sistemasaltograndense.com. Acesso em: 30 nov. 2017 (adaptado).

Considerando-se os intervalos do período com valores informados no gráfico, o maior aumento, em valor absoluto do preço da gasolina, ocorreu no intervalo de

- 15/out. a 5/nov.
- 5/nov. a 3/dez.
- 3/dez. a 9/dez.
- 9/dez. a 30/dez.
- 30/dez. a 13/jan./16.

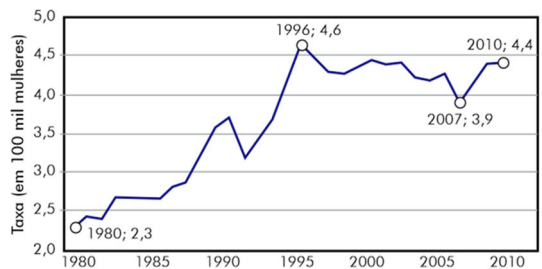
415. (Enem/21) A depressão caracteriza-se por um desequilíbrio na química cerebral. Os neurônios de um deprimido não respondem bem aos estímulos dos neurotransmissores. Os remédios que combatem a depressão têm o objetivo de restabelecer a química cerebral. Com o aumento gradativo de casos de depressão, a venda desses medicamentos está em crescente evolução, conforme ilustra o gráfico.



No período de 2005 a 2009, o aumento percentual no volume de vendas foi de

- 45,4.
- 54,5.
- 120.
- 220.
- 283,2.

416. (Enem Digital/20) Realizou-se um estudo sobre a violência no Brasil. As taxas obtidas para os homicídios de mulheres de 1980 a 2010 estão registradas no gráfico.



Disponível em <http://g1.globo.com>. Acesso: 15.ago.2013

De acordo com os dados apresentados, o aumento percentual relativo da taxa de 2007 para 2010 foi mais próximo de

- 11%.
- 13%.
- 17%.
- 50%.
- 89%.

417. (Enem/10) Para conseguir chegar a um número recorde de produção de ovos de Páscoa, as empresas brasileiras começam a se planejar para esse período com um ano de antecedência. O gráfico a seguir mostra o número de ovos de Páscoa produzidos no Brasil no período de 2005 a 2009.

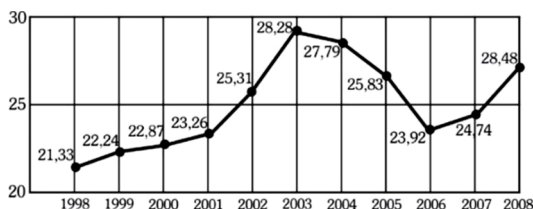


Revista Veja. São Paulo, Abril, ed. 2107. nº14.

De acordo com o gráfico, o biênio que apresentou maior produção acumulada foi

- 2004-2005.
- 2005-2006.
- 2006-2007.
- 2007-2008.
- 2008-2009

418. (Enem/11) O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos. O gráfico seguinte mostra a participação percentual do agronegócio no PIB brasileiro:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). Almanaque abril 2010. São Paulo: Abril, ano 36 (adaptado).

Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB

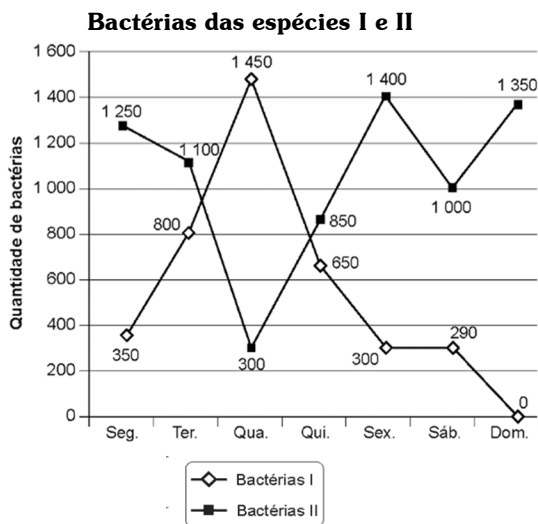
154

brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais.

Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de

- 1998 e 2001.
- 2001 e 2003.
- 2003 e 2006.
- 2003 e 2007.
- 2003 e 2008.

419. (Enem/14) Um cientista trabalha com as espécies I e II de bactérias em um ambiente de cultura. Inicialmente, existem 350 bactérias da espécie I e 1 250 bactérias da espécie II. O gráfico representa as quantidades de bactérias de cada espécie, em função do dia, durante uma semana.



Em que dia dessa semana a quantidade total de bactérias nesse ambiente de cultura foi máxima?

- Terça-feira.
- Quarta-feira.
- Quinta-feira.
- Sexta-feira.
- Domingo.

420. (Enem/09) O gráfico a seguir mostra a evolução, de abril de 2008 a maio de 2009, da população economicamente ativa para seis Regiões Metropolitanas pesquisadas.



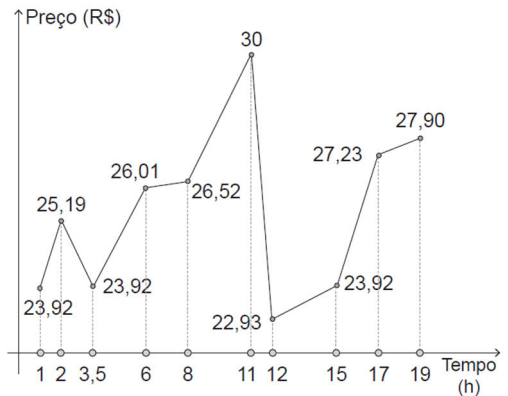
Fonte: IBGE. Diretório de Pesquisas.
Coordenação de Trabalho e Rendimento.
Pesquisa Mensal de Emprego
Disponível em: www.ibge.gov.br

Considerando que a taxa de crescimento da população economicamente ativa, entre 05/09 e 06/09, seja de 4%, então o número de pessoas economicamente ativas em 06/09 será igual a

- a) 23.940 b) 32.228 c) 920.800
d) 23.940.800 e) 32.228.000

421. (Enem PPL/22) No mercado de valores, denominam-se ativos diversos produtos que podem ser negociados em mercados de valores (ações de uma companhia, moeda estrangeira, metais preciosos, entre outros).

Curioso para descobrir o melhor momento para vender um ativo, um jovem perguntou a um corretor o que fazer. Ele respondeu que sempre sugere a seus clientes que verifiquem o gráfico que representa a variação, nas últimas horas, do preço do ativo que lhes interessa, uma vez que são de fácil leitura, pois são formados por segmentos de reta. Um bom momento para vender é imediatamente após o gráfico apresentar dois períodos consecutivos cujos segmentos têm inclinação positiva, sendo que no segundo a inclinação é maior ou igual a 45° . Para exemplificar, mostrou ao jovem o gráfico a seguir, no qual se observa a variação do preço de um ativo num período de 19 horas



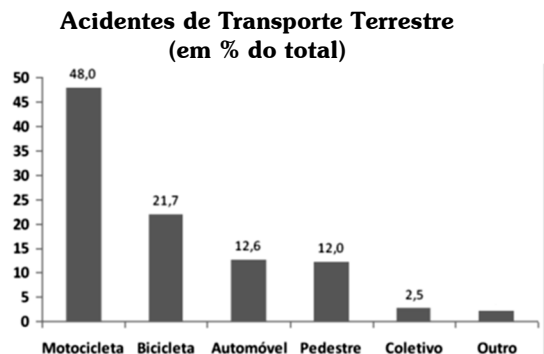
Em quantos períodos a variação do preço do ativo, apresentada no gráfico, indicava que era um bom momento para efetuar a venda?

- a) 7 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

2.3. Gráficos de Barras

A interpretação de um gráfico de barras é muito semelhante a um gráfico de linhas. Nesse caso, o gráfico é formado por barras de mesma largura e comprimento variável, pois dependem do montante que representam. A barra de maior comprimento indica a maior quantidade e, com base nela, é possível analisar como certo dado está em relação aos demais.

Observe o gráfico abaixo prestando atenção nos seguintes pontos: título, eixos e rótulos de dados.

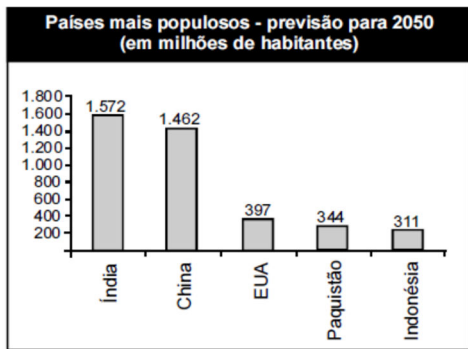
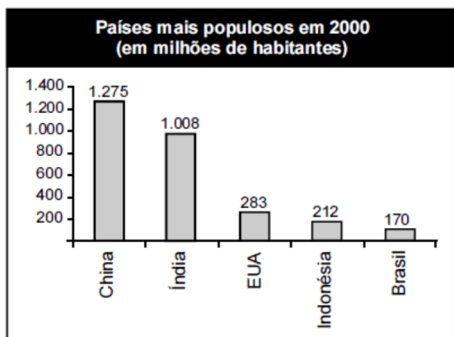


<http://www.senado.gov.br/comissoes/cas/ap/AP2011>
0504_Alexandre_Padilha.pdf

Assim, o número 12,6 acima da coluna "automóvel" indica que 12,6% de todos os acidentes de transporte terrestre envolvem automóveis. Concluímos também que o tipo de veículo com maior envolvimento em acidentes são as motocicletas (48,0%).

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

(Enem/06) Nos últimos anos, ocorreu redução gradativa da taxa de crescimento populacional em quase todos os continentes. A seguir, são apresentados dados relativos aos países mais populosos em 2000 e também as projeções para 2050.



Internet: www.ibge.gov.br

Com base nas informações dos gráficos mostrados, suponha que, no período 2050-2100, a taxa de crescimento populacional da Índia seja a mesma projetada para o período 2000-2050. Sendo assim, no início do século XXII, a população da Índia, em bilhões de habitantes, será

- inferior a 2,0.
- superior a 2,0 e inferior a 2,1.
- superior a 2,1 e inferior a 2,2.
- superior a 2,2 e inferior a 2,3.
- superior a 2,3.

Resolução

A taxa de crescimento mencionada deve ser considerada em porcentagem:

$$V_F = V_0 \cdot (1 + i)$$

$$1572 = 1008 \cdot (1 + i)$$

$$1 + i = 1,56 \quad \therefore \quad i = 0,56 = 56\%$$

Considerando um crescimento de 56% sobre 1572 milhões, a nova população será:

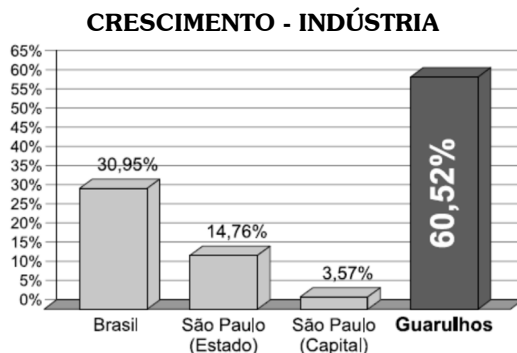
$$P = 1572 \cdot (1 + i)$$

$$P = 1572 \cdot 1,56 \approx 2452 \text{ milhões}$$

Logo, a população da Índia será de 2,452 bilhões de habitantes.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

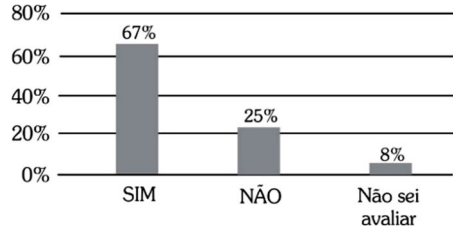
422. (Enem/13) A cidade de Guarulhos (SP) tem o 8º PIB municipal do Brasil, além do maior aeroporto da América do Sul. Em proporção, possui a economia que mais cresce em indústrias, conforme mostra o gráfico.



Analisando os dados percentuais do gráfico, qual a diferença entre o maior e o menor centro em crescimento no pólo das indústrias?

- 75,28
- 64,09
- 56,95
- 45,76
- 30,07

423. (Enem/11) Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



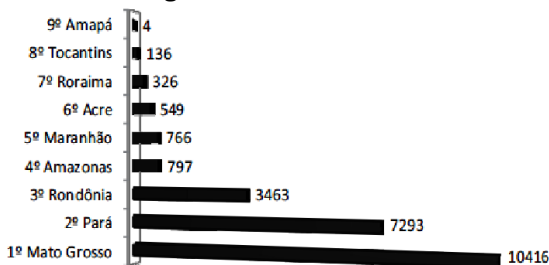
Época. Ed. 619, 29mar. 2010 (adaptado).

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam "NÃO" à enquete?

- menos de 23.
- mais de 23 e menos de 25.
- mais de 50 e menos de 75.
- mais de 100 e menos de 190.
- mais de 200.

424. (Enem/10) Em sete de abril de 2004, um jornal publicou o ranking de desmatamento, conforme gráfico, da chamada Amazônia Legal, integrada por nove estados.

Ranking do Desmatamento em km²



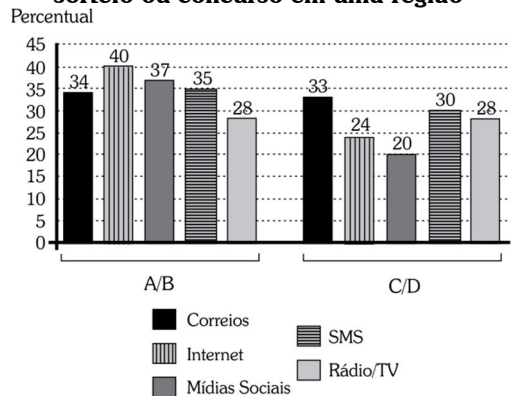
Disponível em: www.folhaonline.com.br
Acesso em: 30 abr.2010 (adaptado)

Considerando-se que até 2009 o desmatamento cresceu 10,5% em relação aos dados de 2004, o desmatamento médio por estado em 2009 está entre

- 100 km² e 900 km².
- 1000 km² e 2700 km².
- 2800 km² e 3200 km².
- 3300 km² e 4000 km².
- 4100 km² e 5800 km².

425. (Enem/15) Uma pesquisa de mercado foi realizada entre os consumidores das classes sociais A, B, C e D que costumam participar de promoções tipo sorteio ou concurso. Os dados comparativos, expressos no gráfico, revelam a participação desses consumidores em cinco categorias: via Correios (juntando embalagens ou recortando códigos de barra), via internet (cadastrando-se no site da empresa/marca promotora), via mídias sociais (redes sociais), via SMS (mensagem por celular) ou via rádio/TV.

Participação em promoções do tipo sorteio ou concurso em uma região

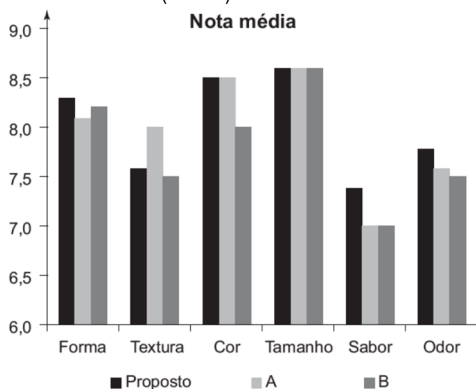


Uma empresa vai lançar uma promoção utilizando apenas uma categoria nas classes A e B (A/B) e uma categoria nas classes C e D (C/D).

De acordo com o resultado da pesquisa, para atingir o maior número de consumidores das classes A/B e C/D, a empresa deve realizar a promoção, respectivamente, via

- Correios e SMS.
- internet e Correios.
- internet e internet.
- internet e mídias sociais.
- rádio/TV e rádio/TV.

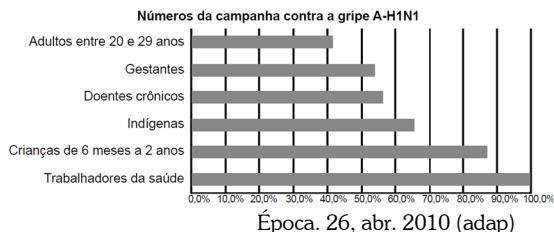
426. (Enem PPL/16) A diretoria de uma empresa de alimentos resolve apresentar para seus acionistas uma proposta de novo produto. Nessa reunião, foram apresentadas as notas médias dadas por um grupo de consumidores que experimentaram o novo produto e dois produtos similares concorrentes (A e B).



A característica que dá a maior vantagem relativa ao produto proposto e que pode ser usada, pela diretoria, para incentivar a sua produção é a

- a) textura. b) cor. c) tamanho.
d) sabor. e) odor.

427. (Enem 23) O gráfico expõe alguns números da gripe A-H1N1. Entre as categorias que estão em processo de imunização, uma já está completamente imunizada, a dos trabalhadores da saúde.



De acordo com o gráfico, entre as demais categorias, a que está mais exposta ao vírus da gripe A-H1N1 é a categoria de

- a) indígenas.
b) gestantes.
c) doentes crônicos.
d) adultos entre 20 e 29 anos.
e) crianças de 6 meses a 2 anos.

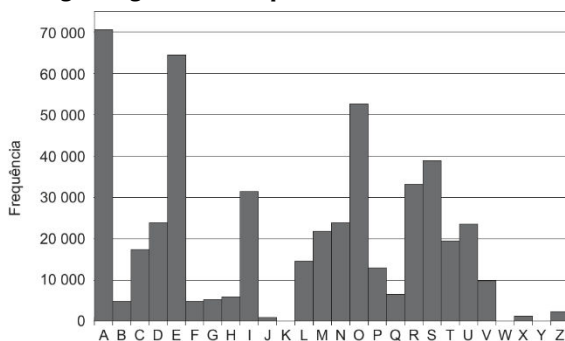
428. (Enem/21) A Cifra de César é um exemplo de um método de codificação de mensagens usado por Júlio César para se comunicar com seus generais.

No método, cada letra era trocada por uma letra que aparecia no alfabeto um número fixo de casas adiante (ou atrás) de forma cíclica. A seguir temos um exemplo em que cada letra é substituída pela que vem três posições à frente.

Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Codificado	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P

Original	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Codificado	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Para quebrar um código como esse, a análise de frequências das letras de um texto é uma ferramenta importante. Uma análise do texto do romance O guarani, de José de Alencar, que é composto por 491 631 letras, gerou o seguinte gráfico de frequências:



Após codificar esse texto com a regra do exemplo fornecido, faz-se nova análise de frequência no texto codificado.

As quatro letras mais frequentes, em ordem decrescente de frequência, do texto codificado são

- a) A, E, O e S.
b) D, E, F e G.
c) D, H, R e V.
d) R, L, B e X.
e) X, B, L e P.

429. (Enem/20) A Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (Pnad) é uma pesquisa feita anualmente pelo IBGE, exceto nos anos em que há Censo. Em um ano, foram entrevistados 363 mil jovens para fazer

um levantamento sobre suas atividades profissionais e/ou acadêmicas. Os resultados da pesquisa estão indicados no gráfico.

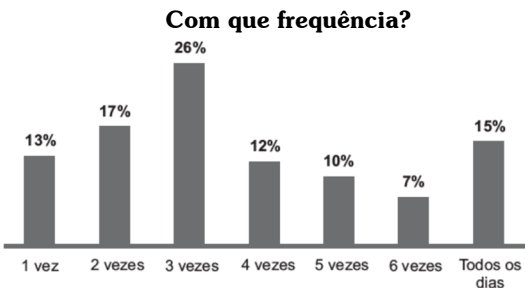


Disponível em: <http://noticias.uol.com.br>. Acesso em: 20 ago. 2014.

De acordo com as informações dadas, o número de jovens entrevistados que trabalha é

- a) 114 708. b) 164 076. c) 213 444.
d) 284 592. e) 291 582.

430. (Enem PPL/15) Em uma pesquisa sobre prática de atividade física, foi perguntado aos entrevistados sobre o hábito de andar de bicicleta ao longo da semana e com que frequência o faziam. Entre eles, 75% afirmaram ter esse hábito, e a frequência semanal com que o faziam é a apresentada no gráfico:

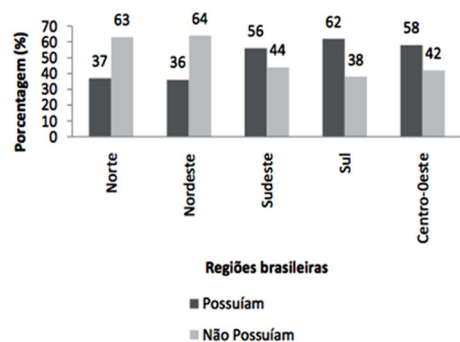


Que porcentagem do total de entrevistados representa aqueles que afirmaram andar de bicicleta pelo menos três vezes por semana?

- a) 70,0% b) 52,5% c) 22,5%
d) 19,5% e) 5,0%

431. (Enem/10) Os dados do gráfico foram coletados por meio da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios.

Estudantes que possuem telefone móvel celular com idade de 10 anos ou mais

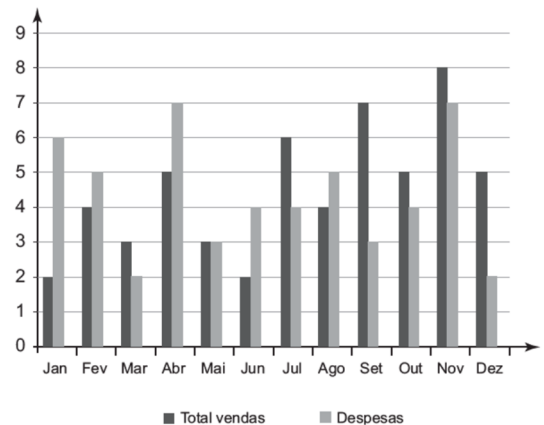


Fonte: IBGE. <http://www.ibge.gov.br>

Supondo-se que, no Sudeste, 14.900 estudantes foram entrevistados nessa pesquisa, quantos deles possuíam telefone móvel celular?

- a) 5.513 b) 6.556 c) 7.450
d) 8.344 e) 9.536

432. (Enem PPL/16) Uma empresa registrou seu desempenho em determinado ano por meio do gráfico, com dados mensais do total de vendas e despesas.

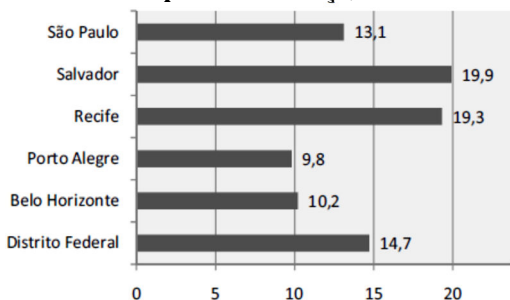


O lucro mensal é obtido pela subtração entre o total de vendas e despesas, nesta ordem. Quais os três meses do ano em que foram registrados os maiores lucros?

- a) Julho, setembro e dezembro.
b) Julho, setembro e novembro.
c) Abril, setembro e novembro.
d) Janeiro, setembro e dezembro.
e) Janeiro, abril e junho.

433. (Enem/10) Os dados do gráfico seguinte foram gerados a partir de dados colhidos no conjunto de seis regiões metropolitanas pelo Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (Dieese).

Taxas de desemprego nas regiões metropolitanas março/2010

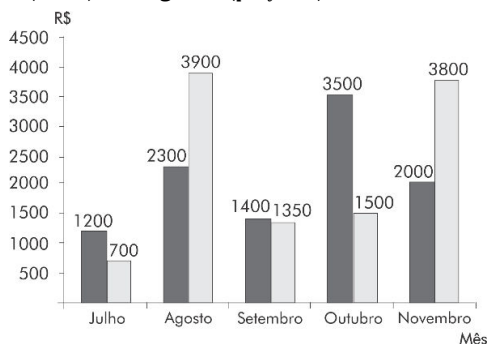


Disponível em <http://g1.globo.com>. Acesso em: 28 abr. 2010

Supondo que o total de pessoas pesquisadas na região metropolitana de Porto Alegre equivale a 250.000, o número de desempregados em março de 2010, nessa região, foi de

- a) 24.500 b) 25.000 c) 220.500.
- d) 223.000. e) 227.500.

434. (Enem Digital/20) O gráfico mostra as receitas e as despesas de uma empresa nos meses de julho a novembro de um ano. O resultado financeiro, obtido pela diferença entre receita e despesa, pode ser positivo (lucro) ou negativo (prejuízo).



Sabendo que o mês de dezembro é, em geral, de melhores vendas, o dono da

empresa faz uma previsão de que a receita naquele mês terá um aumento, em relação ao mês anterior, com a mesma taxa de crescimento ocorrida de setembro para outubro, e que a despesa irá se manter a mesma de novembro.

Se confirmadas as previsões do dono da empresa, o resultado financeiro a ser obtido no semestre de julho a dezembro será um

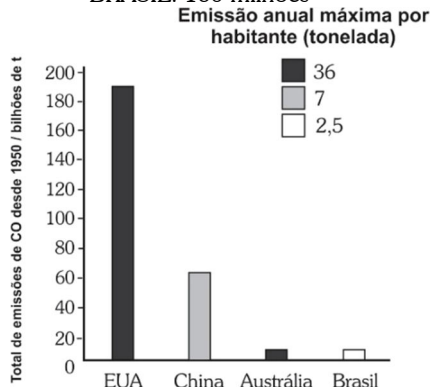
- a) prejuízo de R\$ 2 650,00.
- b) prejuízo de R\$ 850,00.
- c) lucro de R\$ 7 150,00.
- d) lucro de R\$ 5 950,00.
- e) lucro de R\$ 350,00

435. (Enem/02) Em março de 2001, o presidente dos Estados Unidos da América, George W. Bush, causou polêmica ao contestar o pacto de Kyoto, dizendo que o acordo é prejudicial à economia norte-americana em um momento em que o país passa por uma crise de energia (...). O protocolo de Kyoto prevê que os países industrializados reduzam suas emissões de CO₂ até 2012 em 5,2%, em relação aos níveis de 1990.

Adaptado da Folha de São Paulo, 11/04/2001.

O gráfico mostra o total de CO₂ emitido nos últimos 50 anos por alguns países, juntamente com os valores de emissão máxima de CO₂ por habitante no ano de 1999. Dados populacionais aproximados (n° de habitantes):

- EUA: 240 milhões
- BRASIL: 160 milhões



Adaptado da revista Veja, Edição 1696. 18/04/2001

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Se o Brasil mantivesse constante a sua população e o seu índice anual máximo de emissão de CO₂, o tempo necessário para o Brasil atingir o acumulado atual dos EUA seria, aproximadamente, igual a

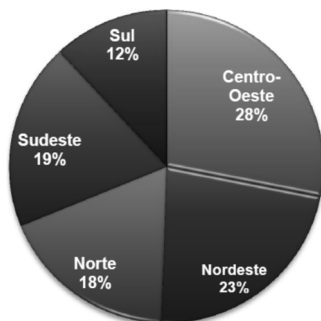
- a) 60 anos b) 230 anos c) 460 anos
d) 850 anos e) 1340 anos

2.4. Gráficos de Setores

O gráfico de setores mais comum – também chamado gráfico de pizza – serve para mostrar as divisões de um todo e fazer comparações entre as partes. Nesse tipo de gráfico, o ângulo central de cada setor (fatia) é proporcional ao número de integrantes do grupo por ele representado.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Considere o gráfico abaixo:



http://www.senado.gov.br/comissoes/cas/ap/AP20110504_Alexandre_Padilha.pdf

Calcule o ângulo central do setor circular correspondente à região sul.

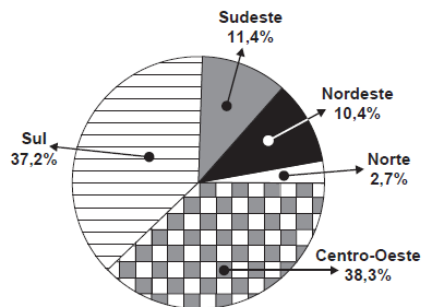
Resolução

É importante saber que em um gráfico de setores, o ângulo central de cada setor é proporcional à quantidade representada pelo setor. Assim, a região sul, por exemplo, corresponde a um setor circular cujo ângulo central θ satisfaz a seguinte proporção

$$\frac{\theta}{12\%} = \frac{360^\circ}{100\%}$$

$$\theta = \frac{12 \cdot 360}{100} = 43,2^\circ$$

436. (Enem PPL/19) Considere que a safra nacional de cereais, leguminosas e oleaginosas, em 2012, aponte uma participação por região conforme indicado no gráfico. Em valores absolutos, essas estimativas indicam que as duas regiões maiores produtoras deveriam produzir juntas um total de 119,8 milhões de toneladas em 2012.

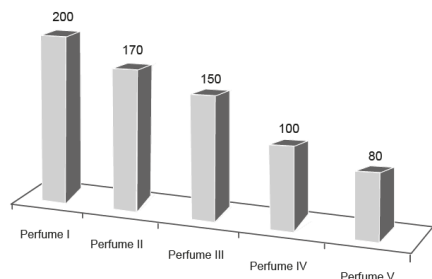


De acordo com esses dados, a produção estimada, em milhão de toneladas, de cereais, leguminosas e oleaginosas, em 2012, na Região Sudeste do país, foi um valor mais aproximado de

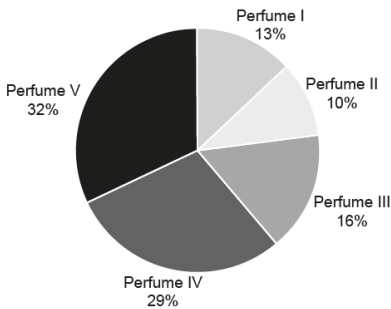
- a) 11,4. b) 13,6. c) 15,7.
d) 18,1. e) 35,6.

437. (Enem/20) O gerente de uma loja de cosméticos colocou à venda cinco diferentes tipos de perfume, tendo em estoque na loja as mesmas quantidades de cada um deles. O setor de controle de estoque encaminhou ao gerente registros gráficos descrevendo os preços unitários de cada perfume, em real, e a quantidade vendida de cada um deles, em percentual, ocorrida no mês de novembro.

Preço do perfume por unidade (R\$)



Porcentagem da quantidade vendida de cada perfume



Dados a chegada do final de ano e o aumento das vendas, a gerência pretende aumentar a quantidade estocada do perfume do tipo que gerou a maior arrecadação em espécie, em real, no mês de novembro. Nessas condições, qual o tipo de perfume que deverá ter maior reposição no estoque?

- a) I b) II c) III
d) IV e) V

438. (Enem/14) Uma empresa de alimentos oferece três valores diferentes de remuneração a seus funcionários, de acordo com o grau de instrução necessário para cada cargo. No ano de 2013, a empresa teve uma receita de 10 milhões de reais por mês e um gasto mensal com a folha salarial de R\$ 400 000,00, distribuídos de acordo com o Gráfico 1. No ano seguinte, a empresa ampliará o número de funcionários, mantendo o mesmo valor salarial para cada categoria. Os demais custos da empresa permanecerão constantes de 2013 para 2014. O número de funcionários em 2013 e 2014, por grau de instrução, está no Gráfico 2.

Distribuição da folha salarial

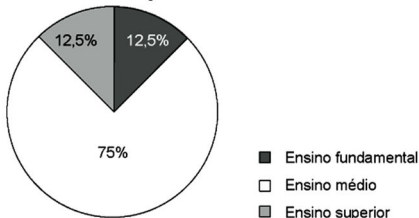


Gráfico 1

Número de funcionários por grau de instrução

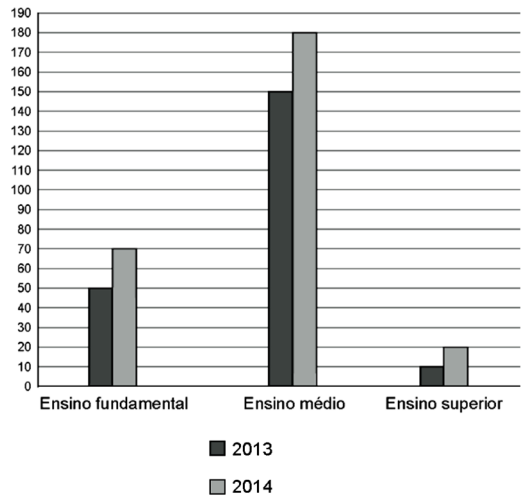
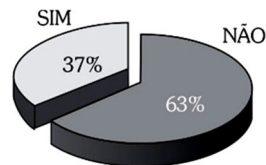


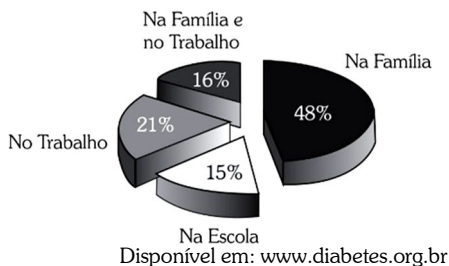
Gráfico 2

Qual deve ser o aumento na receita da empresa para que o lucro mensal em 2014 seja o mesmo de 2013?

- a) R\$ 114 285,00
b) R\$ 130 000,00
c) R\$ 160 000,00
d) R\$ 210 000,00
e) R\$ 213 333,00

439. (Enem PPL/12) Uma pesquisa foi realizada com a intenção de conhecer o que as pessoas sabem sobre o diabetes. Nela utilizou-se um questionário com 16 perguntas, respondidas pelas pessoas na entrada de estações de metrô em São Paulo. Os gráficos a seguir mostram, respectivamente, os percentuais de respostas dadas às seguintes perguntas do questionário: "Você conhece alguém com diabetes?" e "Caso conheça, indique onde".



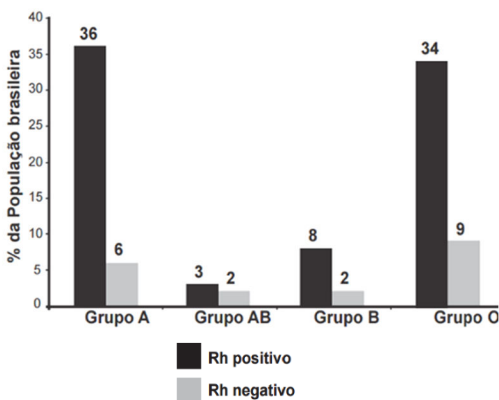


O percentual do número de entrevistados que conhecem pessoas diabéticas na escola é mais aproximado por

- a) 6% b) 15% c) 37%
d) 41% e) 52%

440. (Enem PPL/14) Uma revista publicará os dados, apresentados no gráfico, sobre como os tipos sanguíneos estão distribuídos entre a população brasileira. Contudo, o editor dessa revista solicitou que esse gráfico seja publicado na forma de setores, em que cada grupo esteja representado por um setor circular.

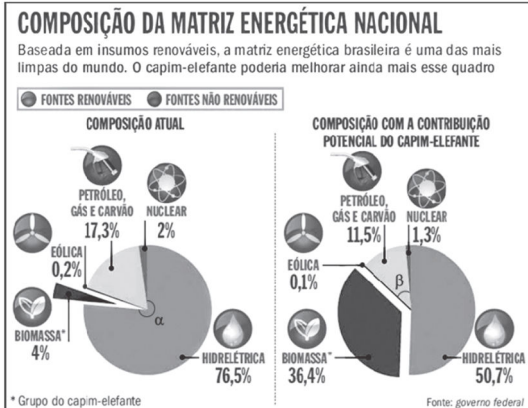
Tipos sanguíneos



O ângulo do maior desses setores medirá, em graus,

- a) 108,0 b) 122,4. c) 129,6.
d) 151,2. e) 154,8.

441. A conversão de capim-elefante em energia não polui. Mesmo o gás carbônico, CO₂, emitido durante a queima da biomassa utilizada é menor do que o consumido pela gramínea durante todo o seu crescimento.

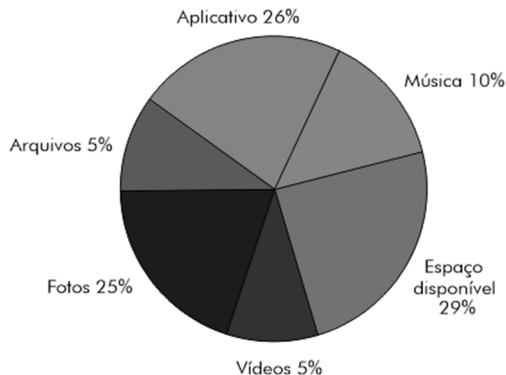


Considere, no gráfico, que α é a medida do ângulo do setor circular, associado a energia hidrelétrica na composição da matriz energética nacional atual, e que β é a medida do ângulo do setor circular, associado a petróleo, gás e carvão na composição da matriz energética nacional com a contribuição potencial do capim-elefante. Nessas condições, $\alpha - \beta$ é igual a

- a) 306° b) 234° c) 198°
d) 162° e) 154°

442. Uma pessoa possui um cartão de memória de 32 GB. Em uma das verificações, em seu computador, para avaliar espaço livre, ela constatou o que se ilustra no gráfico a seguir.

Dados do cartão de memória



De acordo com as informações percentuais do gráfico de setores, a medida do ângulo central do setor circular que corresponde ao “espaço disponível” é igual a

- a) 5,22°. b) 10,44°. c) 52,2°.
 d) 104,54°. e) 208,8°.

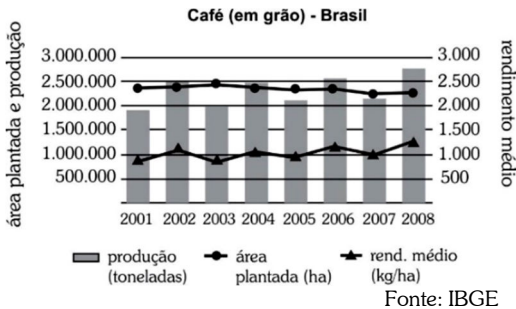
2.5. Gráficos Diversos

A prova do Enem também aborda outros gráficos especiais, como o gráfico de radar (ou de teia).

Há também questões que misturam dois ou mais tipos de gráficos dos citados anteriormente. Nesses casos, é preciso estar bem atento ao significado de cada série de dados e das legendas apresentadas.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

443. (Enem/08) No gráfico a seguir, estão especificados a produção brasileira de café, em toneladas; a área plantada, em hectares (ha); e o rendimento médio do plantio, em kg/ha, no período de 2001 a 2008.



A análise dos dados mostrados no gráfico revela que

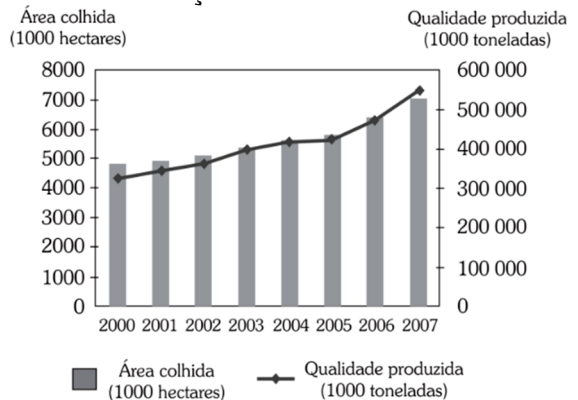
- a) a produção em 2003 foi superior a 2.100.000 toneladas de grãos.
 b) a produção brasileira foi crescente ao longo de todo o período observado.
 c) a área plantada decresceu a cada ano no período de 2001 a 2008.
 d) os aumentos na produção correspondem a aumentos no rendimento médio do plantio.
 e) a área plantada em 2007 foi maior que a de 2001.

444. (Enem/08) Se a tendência de rendimento observada no gráfico, no período de 2001 a 2008, for mantida nos próximos anos, então o rendimento médio do plantio do café, em 2012, será aproximadamente de

- a) 500 kg/ha.
 b) 750 kg/ha.
 c) 850 kg/ha.
 d) 950 kg/ha.
 e) 1.250 kg/ha.

445. (Enem PPL/09) O gráfico abaixo mostra a área colhida, em milhares de hectares, e a quantidade, em milhares de toneladas, de cana-de-açúcar produzida no Brasil, no período de 2000 a 2007.

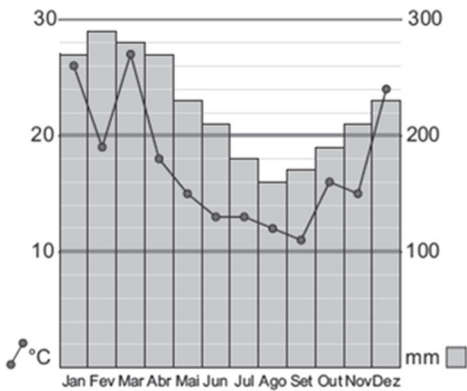
Área colhida e quantidade produzida de cana-de-açúcar - Brasil - 2000-07



De acordo como o gráfico, em 2004, a produtividade, quantidade de toneladas produzidas de cana-de-açúcar por hectare, foi

- a) inferior a 80 toneladas.
 b) superior a 80 toneladas e inferior a 110 toneladas.
 c) superior a 110 toneladas e inferior a 220 toneladas.
 d) superior 220 toneladas a e inferior a 360 toneladas.
 e) superior a 360 toneladas

446. (Obmep/10) O gráfico mostra a temperatura média e a precipitação de chuva em Quixajuba em cada um dos meses de 2009.

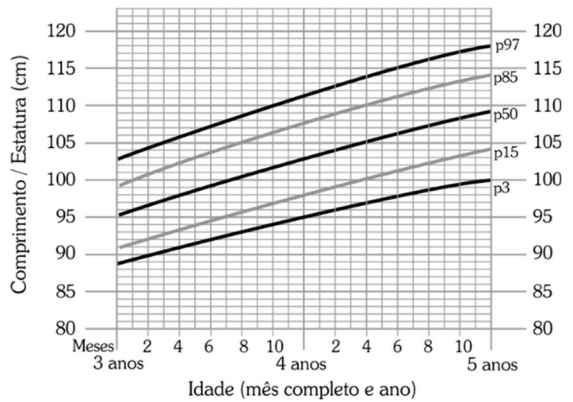


Qual das afirmativas abaixo está correta?

- O mês mais chuvoso foi também o mais quente.
- O mês menos chuvoso foi também o mais frio.
- De outubro para novembro aumentaram tanto a precipitação quanto a temperatura.
- Os dois meses mais quentes foram também os de maior precipitação.
- Os dois meses mais frios foram também os de menor precipitação.

447. (Enem/16) A fim de acompanhar o crescimento de crianças, foram criadas pela Organização Mundial da Saúde (OMS) tabelas de altura, também adotadas pelo Ministério da Saúde do Brasil. Além de informar os dados referentes ao índice de crescimento, a tabela traz gráficos com curvas, apresentando padrões de crescimento estipulados pela OMS.

O gráfico apresenta o crescimento de meninas, cuja análise se dá pelo ponto de intersecção entre o comprimento, em centímetro, e a idade, em mês completo e ano, da criança.

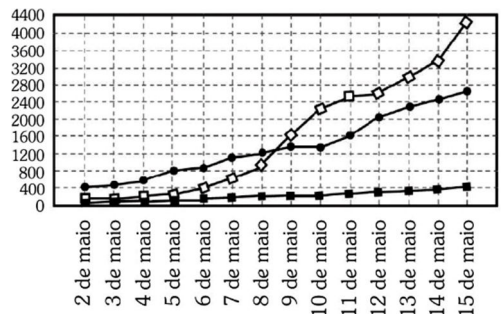


Uma menina aos 3 anos de idade tinha altura de 85 centímetros e aos 4 anos e 4 meses sua altura chegou a um valor que corresponde a um ponto exatamente sobre a curva p50. Qual foi o aumento percentual da altura dessa menina, descrito com uma casa decimal, no período considerado?

- 23,5%
- 21,2%
- 19,0%
- 11,8%
- 10,0%

448. O Ministério da Saúde do Brasil, por meio do Gabinete Permanente de Emergências de Saúde Pública, publica diariamente os dados numéricos relativos à evolução de casos confirmados de Influenza A, no mundo, segundo critério de classificação por país.

O gráfico mostra a evolução de casos confirmados de Influenza A: no México, nos Estados Unidos e no Canadá, de 2 de maio a 15 de maio de 2009.

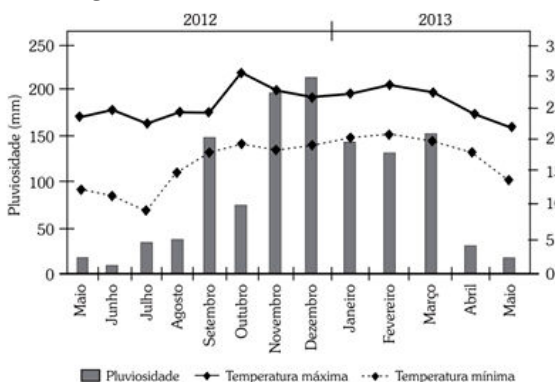


- México
- Estados Unidos
- Canadá

Pela análise do gráfico, pode-se afirmar que:

- a variação do nível de chuvas (pluviosidade), nesses meses, não for superior a 50 mm;
- a temperatura mínima, nesses meses, for superior a 15 °C;
- ocorrer, nesse período, um leve aumento não superior a 5 °C na temperatura máxima.

Um floricultor, pretendendo investir no plantio dessa flor em sua região, fez uma consulta a um meteorologista que lhe apresentou o gráfico com as condições previstas para os 12 meses seguintes nessa região.



Com base nas informações do gráfico, o floricultor verificou que poderia plantar essa flor rara.

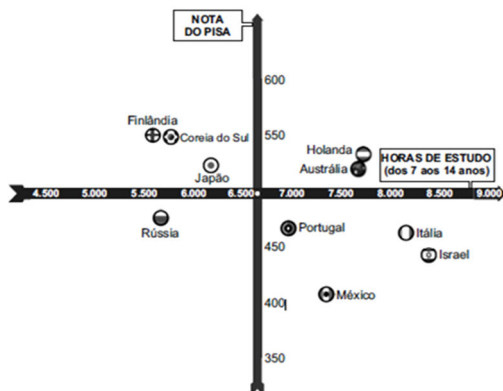
O mês escolhido para o plantio foi

- a) janeiro. b) fevereiro. c) agosto.
d) novembro. e) dezembro.

452. (Enem/13)

Uma falsa relação

O cruzamento da quantidade de horas estudadas com o desempenho no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) mostra que mais tempo na escola não é garantia de nota acima da média.



*Considerando as médias de cada país no exame de matemática

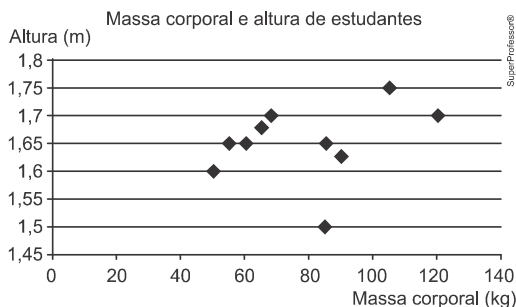
Nova Escola, São Paulo, dez. 2010 (adaptado)

Dos países com notas abaixo da média nesse exame, aquele que apresenta maior quantidade de horas de estudo é

- a) Finlândia. b) Holanda. c) Israel.
d) México. e) Rússia.

453. (Enem/23) Um professor, para promover a aprendizagem dos estudantes em estatística, propôs uma atividade. O objetivo era verificar o percentual de estudantes com massa corporal abaixo da média e altura acima da média de um grupo de estudantes. Para isso, usando uma balança e uma fita métrica, avaliou uma amostra de dez estudantes, anotando as medidas observadas.

O gráfico apresenta a massa corporal, em quilograma, e a altura, em metro, obtidas na atividade.



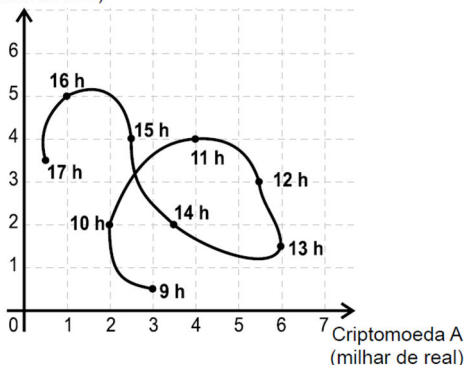
Após a coleta dos dados, os estudantes calcularam a média dos valores obtidos,

referentes à massa corporal e à altura, obtendo, respectivamente, 80 kg e 1,65 m. Qual é o percentual de estudantes dessa amostra com massa corporal abaixo da média e altura acima da média?

- a) 10 b) 20 c) 30
d) 50 e) 70

454. (Enem/23) Um investidor iniciante observou o gráfico que apresenta a evolução dos valores de duas criptomoedas A e B em relação ao tempo.

Criptomoeda B
(milhar de real)



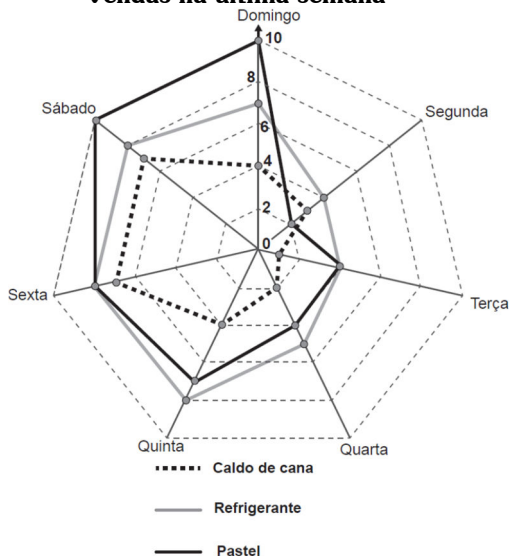
Durante horas consecutivas, esses valores foram observados em nove instantes, representados por horas exatas.

Em quantos desses instantes a criptomoeda A estava mais valorizada do que a criptomoeda B?

- a) 3 b) 4 c) 6
d) 7 e) 9

455. (Enem/19) Um comerciante, que vende somente pastel, refrigerante em lata e caldo de cana em copos, fez um levantamento das vendas realizadas durante a semana. O resultado desse levantamento está apresentado no gráfico.

Vendas na última semana



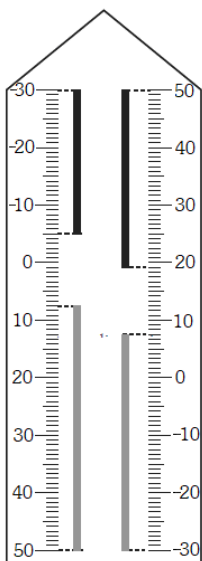
Ele estima que venderá, em cada dia da próxima semana, uma quantidade de refrigerante em lata igual à soma das quantidades de refrigerante em lata e caldo de cana em copos vendidas no respectivo dia da última semana.

Quanto aos pastéis, estima vender, a cada dia da próxima semana, uma quantidade igual à quantidade de refrigerante em lata que prevê vender em tal dia. Já para o número de caldo de cana em copos, estima que as vendas diárias serão iguais às da última semana.

Segundo essas estimativas, a quantidade de mais de pastéis que esse comerciante deve vender na próxima semana é:

- a) 20 b) 27 c) 44
e) 55 e) 71

456. (Enem/17) Neste modelo de termômetro, os filetes na cor preta registram as temperaturas mínima e máxima do dia anterior e os filetes na cor cinza registram a temperatura ambiente atual, ou seja, no momento da leitura do termômetro.



Por isso ele tem duas colunas. Na da esquerda, os números estão em ordem crescente, de cima para baixo, de -30°C até 50°C . Na coluna da direita, os números estão ordenados de forma crescente, de baixo para cima, de -30°C até 50°C .

A leitura é feita da seguinte maneira:

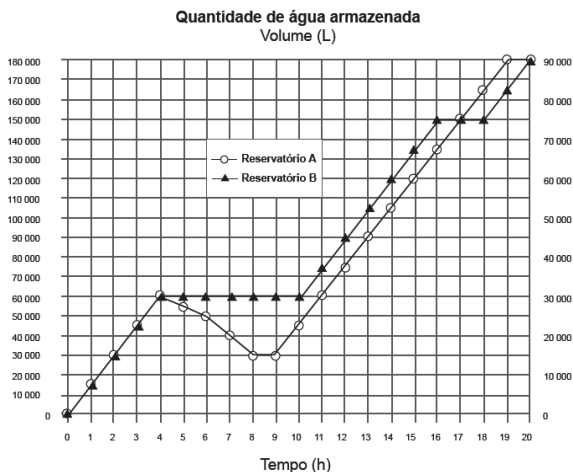
- a temperatura mínima é indicada pelo nível inferior do filete preto na coluna da esquerda;
- a temperatura máxima é indicada pelo nível inferior do filete preto na coluna da direita;
- a temperatura atual é indicada pelo nível superior dos filetes cinza nas duas colunas.

Disponível em: www.if.ufrgs.br.
Acesso em: 28 ago. 2014 (adaptado).

Qual é a temperatura máxima mais aproximada registrada nesse termômetro?

- a) 5°C b) 7°C c) 13°C
d) 15°C e) 19°C

457. (Enem/17) Dois reservatórios A e B são alimentados por bombas distintas por um período de 20 horas. A quantidade de água contida em cada reservatório nesse período pode ser visualizada na figura.



O número de horas em que os dois reservatórios contêm a mesma quantidade de água é

- a) 1. b) 2. c) 4.
d) 5. e) 6.

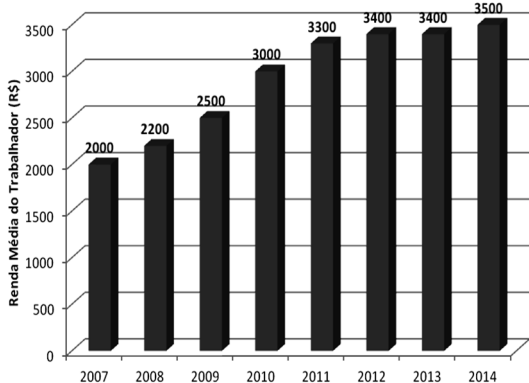
2.6. Gráfico de totais

A partir de um mesmo conjunto de dados, podemos apresentar duas visões completamente diferentes. Uma delas estuda o total de ocorrências, a outra estuda apenas a variação.

Vejam, inicialmente, um conjunto de dados fictício, representando a média salarial de um grupo de trabalhadores.

Renda média dos trabalhadores da firma X

Ano	Renda
2007	2.000,00
2008	2.200,00
2009	2.500,00
2010	3.000,00
2011	3.300,00
2012	3.400,00
2013	3.400,00
2014	3.500,00

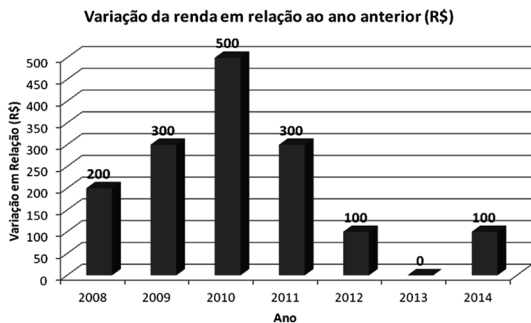


O gráfico acima simplesmente representa os dados da tabela. Observe que o rendimento médio nunca diminuiu. Isto será importante ao analisar o próximo gráfico.

2.7. Gráfico de Variação em Relação ao Período Anterior

Com os mesmos dados, podemos estudar apenas a variação em relação ao ano anterior.

Ano	Renda	Variação
2007	2.000,00	0
2008	2.200,00	200
2009	2.500,00	300
2010	3.000,00	500
2011	3.300,00	300
2012	3.400,00	100
2013	3.400,00	0
2014	3.500,00	100



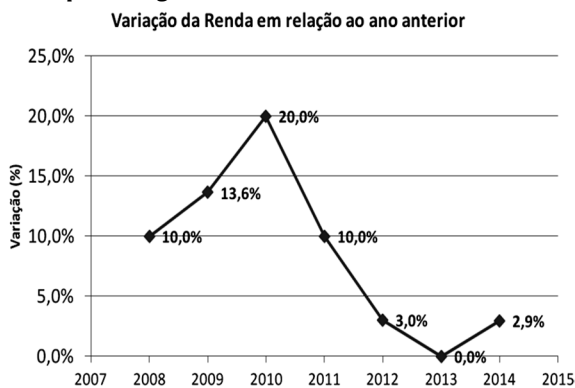
Observe que este gráfico ainda representa o mesmo conjunto de dados. Como o gráfico informa a *variação da renda em relação ao*

ano anterior, ele deve ser lido da seguinte forma:

- Em 2008 o salário dos trabalhadores aumentou em R\$ 200,00, em relação a 2007.
- Em 2009 o salário dos trabalhadores aumentou em R\$ 300,00 em relação a 2008. E assim por diante.

Uma análise importante a ser feita é: ao observar o período de 2010 até 2012, observamos uma redução nos valores dados pelo gráfico. Isto não quer dizer que o salário diminuiu. Enquanto a variação for positiva, o salário continua aumentando.

O mesmo gráfico poderia ser apresentado em porcentagem:



Nesse caso, cada porcentagem indica a taxa de aumento da renda naquele ano, em relação ao ano anterior.

Qualquer taxa positiva indica aumento no valor da renda em relação ao ano anterior. Apenas taxas negativas indicariam uma redução nesse valor.

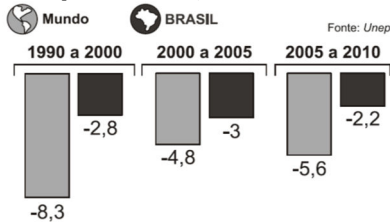
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

458. O gráfico abaixo, publicado na revista Veja de 13/06/2012, a partir dos dados da Unep, revela uma desaceleração no ritmo de desmatamento das florestas

Um ritmo menor de desmatamento

Hoje, perdem-se menos matas virgens do que nos anos 90.

Variação das florestas (em milhões de hectares por ano - 1 hectare corresponde a 10000 metros quadrados, o que equivale a um campo de futebol)



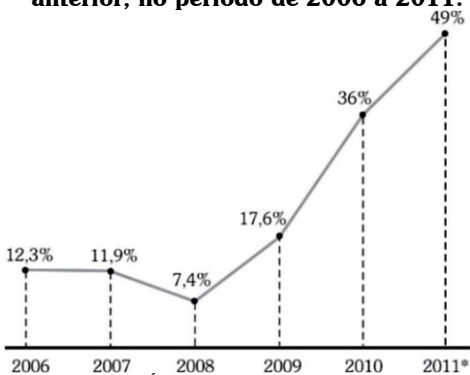
Veja, São Paulo, nº 2273, p. 99, 13 jun, 2012.

Com base nesse gráfico, é correto afirmar:

- No Brasil, de 2000 a 2010, o ritmo do desmatamento caiu na ordem de 5,2 milhões de hectares por ano.
- No Brasil, de 2000 a 2010, o ritmo do desmatamento caiu na ordem de 2,6 milhões de hectares por ano.
- No Brasil, de 2000 a 2010, o ritmo do desmatamento caiu na ordem de 1,3 milhões de hectares por ano.
- Durante o período apresentado no gráfico, a desaceleração do ritmo do desmatamento no mundo foi três vezes maior que a desaceleração no Brasil.
- Na década de noventa, a desaceleração do ritmo do desmatamento das florestas no mundo foi aproximadamente quatro vezes maior que a desaceleração no Brasil.

459. (UFG/11) Analise o gráfico a seguir.

Crescimento dos voos domésticos no Brasil, por ano, em relação ao ano anterior, no período de 2006 a 2011.



ENTRE O CÉU E O INFERNO. Veja, São Paulo, n. 2159, 7 abr. 2010, p. 70. [Adaptado]

Analisando-se os dados apresentados, conclui-se que o número de voos

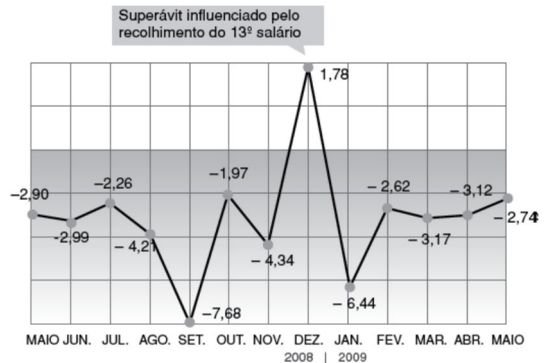
- diminuiu em 2007 e 2008.
- sofreu uma queda mais acentuada em 2008 do que em 2007.
- teve aumento mais acentuado em 2009 do que em 2010.
- é mais que o dobro em 2010, comparado a 2009.
- é mais que o dobro em 2011 (estimativa), comparado a 2009

460. A arrecadação da Previdência Social somou R\$ 14,4 bilhões em maio de 2009, maior valor da série histórica, iniciada em 1995.

Apesar do recorde, nesse mês de maio o déficit da Previdência é algo em torno de R\$ 2,74 bilhões.

O gráfico seguinte apresenta o déficit e o superávit da Previdência desde maio de 2008 até maio de 2009:

Resultado mensal, em R\$ bilhões

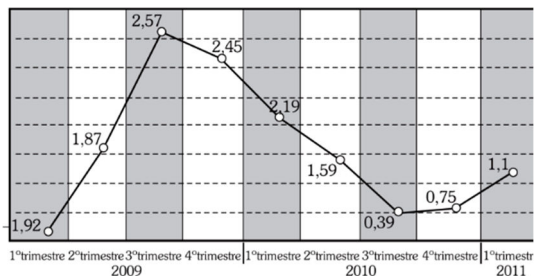


Fonte: Ministério da Previdência Social. Folha de S. Paulo, 24 jun. 09

Nessa reportagem, o título mais apropriado seria:

- O déficit da Previdência em maio de 2009 é cerca de 5,6% menor se comparado ao mesmo período do ano anterior.
- O déficit da Previdência aumenta pela segunda vez em 2009.
- O déficit da Previdência chega a R\$ 2,74 bilhões e é o mais alto dos últimos três meses.
- O déficit da Previdência volta a crescer em maio.
- Previdência gasta mais de R\$ 17,5 bilhões em maio de 2009.

461. (Enem PPL/15) O gráfico mostra a variação percentual do valor do Produto Interno Bruto (PIB) do Brasil, por trimestre, em relação ao trimestre anterior:



Disponível em: www.ibge.gov.br.

Acesso em: 6 ago. 2012.

De acordo com o gráfico, no período considerado, o trimestre em que o Brasil teve o maior valor do PIB foi o

- segundo trimestre de 2009.
- quarto trimestre de 2009.
- terceiro trimestre de 2010.
- quarto trimestre de 2010.
- primeiro trimestre de 2011.

MÓDULO 03 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

A partir de um conjunto de dados, é útil tentar resumir-lo em um único valor, que represente o conjunto inteiro.

As medidas que permitem “resumir” um conjunto, obtendo um número que o represente, são a *média*, *mediana* e *moda*.

3.1. Média Aritmética:

A média aritmética consiste na soma de todos os valores, dividida pela quantidade de valores. Ela é comumente representada por \bar{x} :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Quando é apresentada uma tabela com frequências, ou um gráfico de frequências, deve ser realizada uma média ponderada, em que os pesos são as frequências:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

Sobre o cálculo de médias, algumas dicas importantes são:

- Ao tirar a média, as frequências sempre são os pesos de uma média aritmética ponderada.
- A média é o valor mais representativo de um conjunto. Ela substitui cada elemento do conjunto todo sem alterar sua soma.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Em uma família com 4 integrantes, o primeiro consome 1200 ml de leite por dia, o segundo 1400 ml, o terceiro 1000 ml e o quarto integrante consome 1600 ml de leite por dia. Calcule a média de consumo de leite por pessoa e interprete o resultado.

Resolução

A média aritmética consiste na soma de todos os valores, dividida pela quantidade de valores:

$$\bar{x} = \frac{1200 + 1400 + 1000 + 1600}{4} = \frac{5200}{4}$$

$$\therefore \bar{x} = 1300$$

Portanto, se cada integrante consumisse exatamente 1300 ml por dia, o total de consumo diário da família seria o mesmo.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

462. (Enem/13) Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus tempos (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual.

O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

O empresário decidiu comprar a empresa:

- a) F. b) G. c) H.
d) M. e) P.

463. (Enem/21) Uma rede de hamburgueria tem três franquias em cidades distintas. Visando incluir um novo tipo de lanche no cardápio, o gerente de marketing da rede sugeriu que fossem colocados à venda cinco novos tipos de lanche, em edições especiais. Os lanches foram oferecidos pelo mesmo período de tempo em todos os franqueados.

O tipo que apresentasse a maior média por franquia seria incluído definitivamente no cardápio. Terminado o período de experiência, a gerência recebeu um relatório descrevendo as quantidades vendidas, em unidade, de cada um dos cinco tipos de lanche nas três franquias

	Lanche I	Lanche II	Lanche III	Lanche IV	Lanche V
Franquia I	415	395	425	430	435
Franquia II	415	445	370	370	425
Franquia III	415	390	433	433	420

Com base nessas informações, a gerência decidiu incluir no cardápio o lanche de tipo

- a) I. b) II. c) III.
d) IV. e) V.

464. (Enem/11) A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009:

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2	2	1	2	1
Nordeste	18	19	21	15	19
Centro-Oeste	5	6	7	8	9
Sudeste	55	61	58	66	60

Disponível em: <http://cyberdiet.terra.com.br>.

Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste?

- a) 14,6% b) 18,2% c) 18,4%
d) 19,0% e) 21,0%

465. (Enem/14) Um pesquisador está realizando várias séries de experimentos com alguns reagentes para verificar qual o mais adequado para a produção de um determinado produto. Cada série consiste em avaliar um dado reagente em cinco experimentos diferentes. O pesquisador está especialmente interessado naquele reagente que apresentar a maior quantidade dos resultados de seus experimentos acima da média encontrada para aquele reagente. Após a realização de cinco séries de experimentos, o pesquisador encontrou os seguintes resultados:

	Reag. 1	Reag. 2	Reag. 3	Reag. 4	Reag. 5
Experimento 1	1	0	2	2	1
Experimento 2	6	6	3	4	2
Experimento 3	6	7	8	7	9
Experimento 4	6	6	10	8	10
Experimento 5	11	5	11	12	11

Levando-se em consideração os experimentos feitos, o reagente que atende às expectativas do pesquisador é o

- a) 1. b) 2. c) 3.
d) 4. e) 5.

466. (Enem/16) Um posto de saúde registrou a quantidade de vacinas aplicadas contra febre amarela nos últimos cinco meses:

- 1º mês: 21;
- 2º mês: 22;
- 3º mês: 25;
- 4º mês: 31;
- 5º mês: 21.

No início do primeiro mês, esse posto de saúde tinha 228 vacinas contra febre amarela em estoque. A política de reposição do estoque prevê a aquisição de novas vacinas, no início do sexto mês, de tal forma que a quantidade inicial em estoque para os próximos meses seja igual a 12 vezes a média das quantidades mensais dessas vacinas aplicadas nos últimos cinco meses.

Para atender essas condições, a quantidade de vacinas contra febre amarela que o posto de saúde deve adquirir no início do sexto mês é

- a) 156. b) 180. c) 192.
d) 264. e) 288.

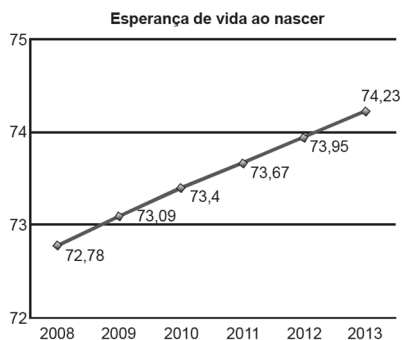
467. (Enem/16) Preocupada com seus resultados, uma empresa fez um balanço dos lucros obtidos nos últimos sete meses, conforme dados do quadro.

Aluno	I	II	III	IV	V	VI	VII
Lucro (em milhões de reais)	37	33	35	22	30	35	25

Avaliando os resultados, o conselho diretor da empresa decidiu comprar, nos dois meses subsequentes, a mesma quantidade de matéria-prima comprada no mês em que o lucro mais se aproximou da média dos lucros mensais dessa empresa nesse período de sete meses. Nos próximos dois meses, essa empresa deverá comprar a mesma quantidade de matéria-prima comprada no mês

- a) I. b) II. c) IV.
d) V. e) VII.

468. (Enem/22) A esperança de vida ao nascer é o número médio de anos que um indivíduo tende a viver a partir de seu nascimento, considerando dados da população. No Brasil, esse número vem aumentando consideravelmente, como mostra o gráfico.



Disponível em: <http://cod.ibge.gov.br>. Acesso em: 6 mar. 2014 (adaptado).

Pode-se observar que a esperança de vida ao nascer em 2012 foi exatamente a média das registradas nos anos de 2011 e 2013. Suponha que esse fato também ocorreu com a esperança de vida ao nascer em 2013, em relação às esperanças de vida de 2012 e de 2014. Caso a suposição feita tenha sido confirmada, a esperança de vida ao nascer no Brasil no ano de 2014 terá sido, em ano, igual a

- a) 74,23. b) 74,51. c) 75,07.
d) 75,23. e) 78,49.

469. (Enem PPL/19) O quadro apresenta a quantidade de um tipo de pão vendido em uma semana em uma padaria.

Dia da semana	Número de pães vendidos
Domingo	250
Segunda-feira	208
Terça-feira	215
Quarta-feira	251
Quinta-feira	187
Sexta-feira	187
Sábado	186

O dono da padaria decidiu que, na semana seguinte, a produção diária desse tipo de pão seria igual ao número de pães vendidos no dia da semana em que tal quantidade foi a mais próxima da média das quantidades vendidas na semana.

O dia da semana utilizado como referência para a quantidade de pães a serem produzidos diariamente foi

- a) domingo.
- b) segunda-feira.
- c) terça-feira.
- d) quarta-feira.
- e) sábado.

470. (Enem PPL/22) Em busca de diversificar a vivência do filho, seus pais registraram a quantidade de horas de uso diário do aparelho celular dele durante a primeira semana de agosto. O resultado desse registro, em hora, foi o seguinte:

- segunda-feira: 5;
- terça-feira: 2;
- quarta-feira: 9;
- quinta-feira: 2;
- sexta-feira: 8;
- sábado: 12;
- domingo: 4.

Com base nesse registro, os pais planejaram incluir atividades físicas e culturais na vivência do filho no sábado da segunda semana do mesmo mês. Consequentemente, a quantidade de horas de uso do aparelho no sábado deveria ser reduzida, de modo que a média diária de uso na segunda semana fosse, no mínimo, uma hora a menos do que a média diária na primeira semana. Ao longo dos demais dias da segunda semana, a quantidade de horas de uso do aparelho seria a mesma da primeira semana. Qual é a quantidade máxima de horas de uso do aparelho no sábado da segunda semana que atende ao planejamento dos pais?

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 10
- e) 11

471. (Enem/16) A permanência de um gerente em uma empresa está condicionada à sua produção no semestre. Essa produção é avaliada pela média do lucro mensal do semestre. Se a média for, no mínimo, de 30 mil reais, o gerente permanece no cargo, caso contrário, ele será despedido.

O quadro mostra o lucro mensal, em milhares de reais, dessa empresa, de janeiro a maio do ano em curso.

Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio
21	35	21	30	38

Qual deve ser o lucro mínimo da empresa no mês de junho, em milhares de reais, para o gerente continuar no cargo no próximo semestre?

- a) 26
- b) 29
- c) 30
- d) 31
- e) 35

472. (Enem PPL/21) O presidente de um time de futebol contratou, para a temporada de 2016, um atacante e um meio-campista. Para isso, ele recebeu do departamento de futebol dois quadros.

O primeiro quadro contém o número de gols marcados por três candidatos a atacantes, nas três temporadas anteriores.

Atacantes	2013 (nº de gols)	2014 (nº de gols)	2015 (nº de gols)
I	13	13	24
II	13	16	22
III	17	11	20

O segundo quadro contém o número de assistências que resultaram em gol, feitas por dois candidatos a meios-campistas, nas três temporadas anteriores.

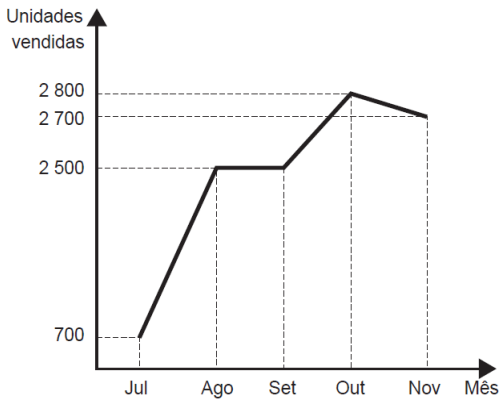
Meios-campistas	2013 (nº de assistências)	2014 (nº de assistências)	2015 (nº de assistências)
IV	11	17	20
V	7	16	23

Após fazer uma análise das médias de gols de cada atacante e das médias de assistências de cada meio-campista nas últimas três temporadas, o presidente contratou o atacante e o meio-campista com maior média de gols e assistências, respectivamente, nessas três temporadas.

O atacante e o meio-campista escolhidos por esse presidente foram, respectivamente,

- a) I e IV.
- b) I e V.
- c) II e IV.
- d) II e V.
- e) III e IV.

473. (Enem/19) O gráfico a seguir mostra a evolução mensal das vendas de certo produto de julho a novembro de 2011.



Sabe-se que o mês de julho foi o pior momento da empresa em 2011 e que o número de unidades vendidas desse produto em dezembro de 2011 foi igual à média aritmética do número de unidades vendidas nos meses de julho a novembro do mesmo ano.

O gerente de vendas disse, em uma reunião da diretoria, que, se essa redução no número de unidades vendidas de novembro para dezembro de 2011 se mantivesse constante nos meses subsequentes, as vendas só voltariam a ficar piores que julho de 2011 apenas no final de 2012.

O diretor financeiro rebateu imediatamente esse argumento mostrando que, mantida a tendência, isso aconteceria já em

- a) janeiro. b) fevereiro. c) março.
d) abril. e) maio.

474. (Enem/17) Três alunos, X, Y e Z, estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso, o aluno deverá ter a média aritmética das notas das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova.

Aluno	1ª prova	2ª prova	3ª prova	4ª prova	5ª prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará(ão) reprovado(s)

- a) apenas o aluno Y.
b) apenas o aluno Z.
c) apenas os alunos X e Y.
d) apenas os alunos X e Z.
e) os alunos X, Y e Z.

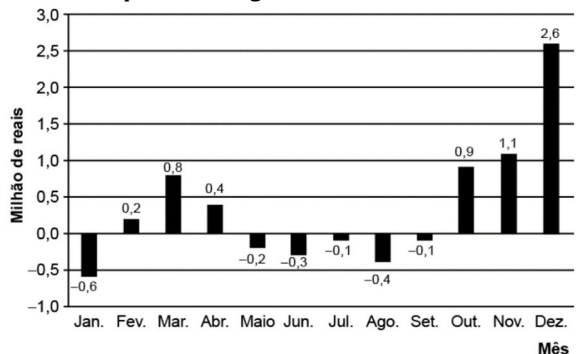
475. (Enem/22) Nos cinco jogos finais da última temporada, com uma média de 18 pontos por jogo, um jogador foi eleito o melhor do campeonato de basquete. Na atual temporada, cinco jogadores têm a chance de igualar ou melhorar essa média. No quadro estão registradas as pontuações desses cinco jogadores nos quatro primeiros jogos das finais deste ano.

Jogadores	Jogo 1	Jogo 2	Jogo 3	Jogo 4
I	12	25	20	20
II	12	12	27	20
III	14	14	17	26
IV	15	18	21	21
V	22	15	23	15

O quinto e último jogo será realizado para decidir a equipe campeã e qual o melhor jogador da temporada. O jogador que precisa fazer a menor quantidade de pontos no quinto jogo, para igualar a média de pontos do melhor jogador da temporada passada, é o

- a) I. b) II. c) III.
d) IV. e) V.

476. (Enem Digital/20) O gráfico mostra o resultado do balanço financeiro mensal de uma empresa ao longo de um ano.



Em quantos meses o resultado do balanço financeiro da empresa ficou abaixo da média mensal nesse ano?

- a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

477. (Enem/12) A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

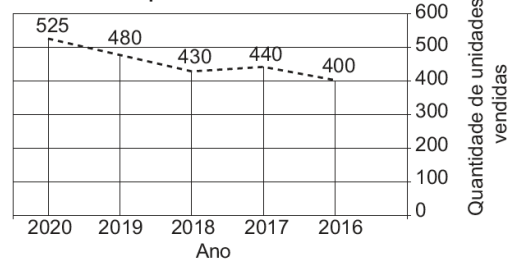
ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	215
Balas W	200	230	220
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	245
Tecelagem Z	160	210	215

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual. As empresas que este investidor escolhe comprar são

- a) Balas W e Pizzaria Y.
b) Chocolates X e Tecelagem Z.
c) Pizzaria Y e Alfinetes V.
d) Pizzaria Y e Chocolates X.
e) Tecelagem Z e Alfinetes V.

478. (Enem PPL/21) Black Friday é uma tradição norte-americana que consiste numa queda de preços de uma grande variedade de produtos disponíveis para venda na Última sexta-feira do mês de novembro. No Brasil, em muitas lojas, essa prática se estende por todo esse mês. Para esse período, o gerente de uma loja de produtos eletrônicos que tem 5 vendedores estabelece uma meta de vendas de computadores para um total mínimo de 605 unidades. Ele considera que a média de vendas de computadores dos 5 vendedores juntos neste ano se manterá igual à dos últimos 5 anos, conforme apresentada no gráfico. Considere que a participação de cada vendedor na obtenção da meta seja igual.

Vendas de computadores nos últimos 5 anos



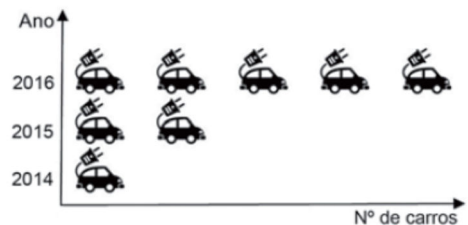
Para que a meta da loja seja atingida, o gerente deverá estipular, para cada vendedor, um aumento na média de vendas de, no mínimo, quantas unidades?

- a) 150 b) 121 c) 91
d) 35 e) 30

479. (Enem/18) De acordo com um relatório recente da Agência Internacional de

Energia (AIE), o mercado de veículos elétricos atingiu um novo marco em 2016, quando foram vendidos mais de 750 mil automóveis da categoria. Com isso, o total de carros elétricos vendidos no mundo alcançou a marca de 2 milhões de unidades desde que os primeiros modelos começaram a ser comercializados em 2011.

No Brasil, a expansão das vendas também se verifica. A marca A, por exemplo, expandiu suas vendas no ano de 2016, superando em 360 unidades as vendas de 2015, conforme representado no gráfico.



Disponível em: www.tecmundo.com.br. Acesso em: 5 dez. 2017.

A média anual do número de carros vendidos pela marca A, nos anos representados no gráfico, foi de

- a) 192. b) 240. c) 252.
d) 320. e) 420.

480. (Enem/16) Em uma cidade, o número de casos de dengue confirmados aumentou consideravelmente nos últimos dias. A prefeitura resolveu desenvolver uma ação contratando funcionários para ajudar no combate à doença, os quais orientarão os moradores a eliminarem criadouros do mosquito *Aedes aegypti*, transmissor da dengue. A tabela apresenta o número atual de casos confirmados, por região da cidade.

Região	Casos confirmados
Oeste	237
Centro	262
Norte	158
Sul	159
Noroeste	160
Leste	278
Centro-Oeste	300
Centro-Sul	278

A prefeitura optou pela seguinte distribuição dos funcionários a serem contratados:

I) 10 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja maior que a média dos casos confirmados

II) 7 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja menor ou igual à média dos casos confirmados

Quantos funcionários a prefeitura deverá contratar para efetivar a ação?

- a) 59 b) 65 c) 68
d) 71 e) 80

481. (Enem PPL/22) Um investidor comprou ações de uma empresa em 3 de maio de certo ano (uma segunda-feira), pagando R\$ 20,00 por cada uma. As ações mantinham seus preços inalterados por uma semana e tinham novos valores divulgados pela empresa a cada segunda-feira, antes da realização de qualquer negócio. O quadro ilustra o valor de uma dessas ações, em real, ao longo de algumas semanas.

Semana	Valor (R\$)
03 a 09 de maio	20
10 a 16 de maio	25
17 a 23 de maio	20
24 a 30 de maio	35
31 de maio a 06 de junho	45

O investidor vendeu suas ações em 7 de junho, mas fez isso antes da divulgação do valor das ações naquela semana. E obteve, por cada ação, a média entre os valores unitários da primeira e última semanas indicados no quadro.

Suponha que o valor divulgado para uma ação daquela empresa na semana de 7 a 13 de junho tenha sido 30% maior que a média dos valores nas semanas observadas no quadro.

Se o investidor tivesse vendido as ações pelo preço divulgado para a semana de 7 a 13 de junho, quanto ele teria recebido a mais, em real, pela venda de cada ação?

- a) 4,55 b) 5,20 c) 9,75
d) 16,25 e) 26,00

482. (Enem 23) Um tipo de semente necessita de bastante água nos dois primeiros meses após o plantio. Um produtor pretende estabelecer o melhor momento para o plantio desse tipo de semente, nos meses de outubro a março. Após consultar a previsão do índice mensal de precipitação de chuva (ImPC) da região onde ocorrerá o plantio, para o período chuvoso de 2020 - 2021, ele obteve os seguintes dados:

- outubro/2020: ImPC = 250 mm;
- novembro/2020: ImPC = 150 mm;
- dezembro/2020: ImPC = 200 mm;
- janeiro/2021: ImPC = 450 mm;
- fevereiro/2021: ImPC = 100 mm;
- março/2021: ImPC = 200 mm.

Com base nessas previsões, ele precisa escolher dois meses consecutivos em que a média mensal de precipitação seja a maior possível.

No início de qual desses meses o produtor deverá plantar esse tipo de semente?

- a) Outubro. b) Novembro. c) Dezembro.
d) Janeiro. e) Fevereiro.

483. (Enem/21) A demografia médica é o estudo da população de médicos no Brasil nos aspectos quantitativo e qualitativo, sendo um dos seus objetivos fazer projeções sobre a necessidade da formação de novos médicos.

Um desses estudos gerou um conjunto de dados que aborda a evolução do número de médicos e da população brasileira por várias décadas. O quadro apresenta parte desses dados.

Ano	Médicos	População brasileira (em milhar)
1990	219 000	147 000
2000	292 000	170 000
2010	365 000	191 000

Segundo uma projeção estatística, a variação do número de médicos e o da população brasileira de 2010 para 2020 será a média entre a variação de 1990 para 2000 e a de 2000 para 2010. Com o resultado dessa projeção, determina-se o número de médicos por mil habitantes no ano de 2020.

Disponível em: www.cremesp.org.br. Acesso em: 24 jun. 2015 (adaptado).

O número, com duas casas na parte decimal, mais próximo do número de médicos por mil habitantes no ano de 2020 seria de

- a) 0,17. b) 0,49. c) 1,71.
d) 2,06. e) 3,32.

484. (Enem PPL/23) O síndico de um condomínio contratou uma empresa para verificar a qualidade da água dos cinco reservatórios que alimentam esses edifícios. A empresa utiliza um teste que fornece o valor de um parâmetro, expresso em pontos que variam de 0 a 100, que indicam a qualidade da água, sendo o valor 0 associado à péssima qualidade e 100 associado à ótima qualidade da água. Quando esse parâmetro assume um valor a partir de 50 pontos, a água é considerada de qualidade adequada.

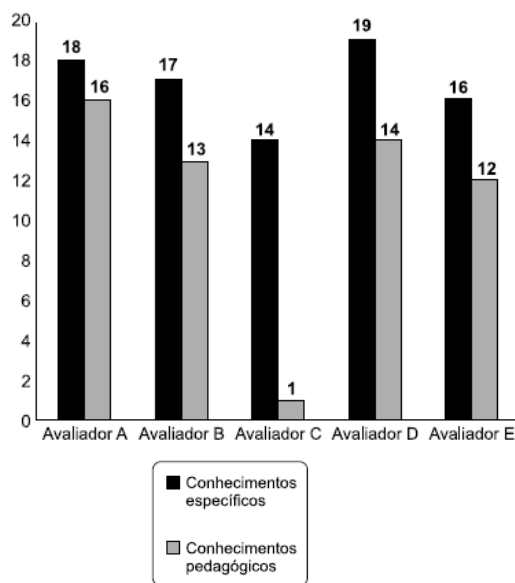
Para os reservatórios I, II, III e IV, esse parâmetro assumiu, respectivamente, os valores 64, 53, 63 e 64 nesse tipo de teste. Já no reservatório V, esse parâmetro foi de 20 pontos, reprovando a qualidade da água. Com isso, a água desse reservatório será tratada de modo a aumentar sua qualidade. O síndico pretende que o parâmetro de qualidade da água do reservatório V aumente o suficiente para que a média dos parâmetros de qualidade da água dos cinco

reservatórios seja, no mínimo, igual a 60 pontos. A quantidade mínima de pontos que o parâmetro da qualidade da água do reservatório V deve aumentar é

- a) 36. b) 40. c) 41.
d) 43. e) 44.

485. (Enem/13) As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribuiu duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação e outra, aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.

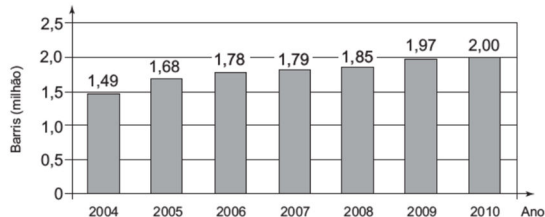
NOTAS (EM PONTOS)



Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor notas atribuídas ao professor. A nova média, em relação à média anterior, é

- a) 0,25 ponto maior.
b) 1,00 ponto maior,
c) 1,00 ponto menor.
d) 1,25 ponto maior.
e) 2,00 pontos menor.

486. (Enem PPL/16) O gráfico mostra a média de produção diária de petróleo no Brasil, em milhão de barris, no período de 2004 a 2010.



Estimativas feitas naquela época indicavam que a média de produção diária de petróleo no Brasil, em 2012, seria 10% superior à média dos três últimos anos apresentados no gráfico.

Disponível em: <http://blogs.estadao.com.br>.
Acesso em: 2 ago. 2012.

Se essas estimativas tivessem sido confirmadas, a média de produção diária de petróleo no Brasil, em milhão de barris, em 2012, teria sido igual a

- a) 1,940. b) 2,134. c) 2,167.
d) 2,420. e) 6,402.

487. (Enem PPL/20) O quadro mostra o número de gols feitos pela equipe A em campeonatos estaduais de futebol, no período de 2007 a 2012.

Ano	Número de gols
2007	64
2008	59
2009	61
2010	45
2011	61
2012	58

Faltando ainda alguns jogos para o término do campeonato estadual de 2013, o número de gols marcados pela equipe B era 52. O técnico dessa equipe fez um levantamento para saber quantos gols sua equipe deveria marcar nos próximos jogos de modo que, ao final do campeonato, o número total de gols marcados pela equipe B ultrapasse a média de gols marcados pela equipe A nos campeonatos de 2007 a 2012.

Quantos gols, no mínimo, a equipe B ainda precisaria marcar?

- a) 2. b) 6. c) 7.
d) 9. e) 10.

488. (Enem PPL/16) Um vendedor de assinaturas de TV a cabo teve, nos 7 primeiros meses do ano, uma média mensal de 84 assinaturas vendidas. Devido a uma reestruturação da empresa, foi exigido que todos os vendedores tivessem, ao final do ano, um média mensal de 99 assinaturas vendidas. Diante disso, o vendedor se viu forçado a aumentar sua média mensal de vendas nos 5 meses restantes do ano.

Qual deverá ser a média mensal de vendas do vendedor, nos próximos 5 meses, para que ele possa cumprir a exigência da sua empresa?

- a) 91 b) 105 c) 114
d) 118 e) 120

489. (Enem/15) Um concurso é composto por cinco etapas. Cada etapa vale 100 pontos. A pontuação final de cada candidato é a média de suas notas nas cinco etapas. A classificação obedeça à ordem decrescente das pontuações finais. O critério de desempate baseia-se na maior pontuação na quinta etapa.

Candidato	Média nas quatro primeiras etapas	Pontuação na quinta etapa
A	90	60
B	85	85
C	80	95
D	60	90
E	60	100

A ordem de classificação final desse concurso é

- a) A, B, C, E, D.
b) B, A, C, E, D.
c) C, B, E, A, D.
d) C, B, E, D, A.
e) E, C, D, B, A.

490. (Enem/09) Brasil e França têm relações comerciais há mais de 200 anos. Enquanto a França é a 5ª nação mais rica do planeta, o Brasil é a 10ª, e ambas se destacam na economia mundial.

No entanto, devido a uma série de restrições, o comércio entre esses dois países ainda não é adequadamente explorado, como mostra a tabela seguinte, referente ao período 2003-2007.

Investimentos Bilaterais (em milhões de dólares)		
Ano	Brasil na França	França no Brasil
2003	367	825
2004	357	485
2005	354	1458
2006	539	744
2007	280	1214

Disponível em: www.cartacapital.com.br.
Acesso em 7.jul.2009

Os dados da tabela mostram que, no período considerado, os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor

- inferior a 300 milhões de dólares.
- superior a 300 milhões de dólares, mas inferior a 400 milhões de dólares.
- superior a 400 milhões de dólares, mas inferior a 500 milhões de dólares.
- superior a 500 milhões de dólares, mas inferior a 600 milhões de dólares.
- superior a 600 milhões de dólares.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

(PUC-GO/14) Um determinado concurso público avaliou n candidatos, atribuindo-lhes notas de 0 a 100 pontos. Sabe-se que:

- exatamente 30 deles obtiveram nota máxima;
- a média aritmética dos n candidatos foi de 80 pontos;
- se consideradas apenas as notas inferiores a 100 pontos, a média passa a ser de 70 pontos.

Nessas condições, pode-se afirmar que o número de candidatos, n , é igual a:

- 60
- 70
- 80
- 90

Resolução

A média aritmética dos n candidatos foi 80 pontos. Sendo S a soma de suas notas, vem

$$\frac{S}{n} = 80 \therefore S = 80n$$

Exatamente 30 deles obtiveram nota máxima. A soma das notas desses candidatos é

$$S_1 = 30 \cdot 100 = 3000$$

Os $(n-30)$ candidatos restantes, tem uma média de notas igual a 70. Sendo S_2 a soma das notas desses candidatos, vem

$$\frac{S_2}{n-30} = 70 \therefore S_2 = 70n - 2100$$

Como a soma das notas dos dois grupos deve ser igual a S :

$$S_1 + S_2 = S \Leftrightarrow 3000 + (70n - 2100) = 80n$$

$$\Leftrightarrow -10n = -900 \therefore n = 90$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

491. (Enem PPL/17) Numa turma de inclusão de jovens e adultos na educação formal profissional (Proeja), a média aritmética das idades dos seus dez alunos é de 32 anos.

Em determinado dia, o aluno mais velho da turma faltou e, com isso, a média aritmética das idades dos nove alunos presentes foi de 30 anos.

Disponível em: <http://portal.mec.gov.br>.
Acesso em: 10 mar. 2012 (adaptado).

Qual é a idade do aluno que faltou naquela aula?

- 18
- 20
- 31
- 50
- 62

492. (Enem/19) O preparador físico de um time de basquete dispõe de um plantel de 20 jogadores, com média de altura igual a 1,80 m. No último treino antes da estreia em um campeonato, um dos jogadores desfalcou o time em razão de uma séria contusão, forçando o técnico a contratar outro jogador para recompor o grupo.

Se o novo jogador é 0,20 m mais baixo que o anterior, qual é a média de altura, em metro, do novo grupo?

- a) 1,60 b) 1,78 c) 1,79
d) 1,81 e) 1,82

493. (Enem/20) O técnico de um time de basquete pretende aumentar a estatura média de sua equipe de 1,93 m para, no mínimo, 1,99 m. Para tanto, dentre os 15 jogadores que fazem parte de sua equipe, irá substituir os quatro mais baixos, de estaturas: 1,78 m, 1,82 m, 1,84 m e 1,86 m. Para isso, o técnico contratou um novo jogador de 2,02 m. Os outros três jogadores que ele ainda precisa contratar devem satisfazer à sua necessidade de aumentar a média das estaturas da equipe. Ele fixará a média das estaturas para os três jogadores que ainda precisa contratar dentro do critério inicialmente estabelecido.

Qual deverá ser a média mínima das estaturas, em metro, que ele deverá fixar para o grupo de três novos jogadores que ainda irá contratar?

- a) 1,96 b) 1,98 c) 2,05
d) 2,06 e) 2,08

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Obtenha a média das notas de um aluno cujos resultados ao longo do ano foram os seguintes:

Nota	Frequência
7,0	2
8,0	2
9,0	1
10,0	3

Resolução

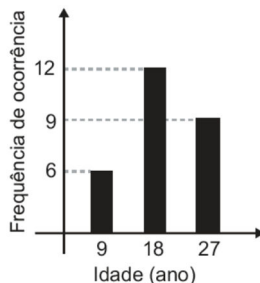
Não basta somar 7, 8, 9 e 10, porque algumas notas estão mais presentes que outras. Os pesos de cada nota são dados pelas respectivas frequências. A média deve ser calculada da seguinte forma:

$$\bar{x} = \frac{7 \cdot 2 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 1 + 10 \cdot 3}{8} = 8,625$$

A média aritmética ponderada é exatamente a mesma fórmula da média simples, apenas escrita de uma maneira diferente.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

494. (Enem/21) Uma pessoa realizou uma pesquisa com alguns alunos de uma escola, coletando suas idades, e organizou esses dados no gráfico.



Qual é a média das idades, em ano, desses alunos?

- a) 9 b) 12 c) 18
d) 19 e) 27

495. (Enem 23) Os 100 funcionários de uma empresa estão distribuídos em dois setores: Produção e Administração. Os funcionários de um mesmo setor recebem salários com valores iguais. O quadro apresenta a quantidade de funcionários por setor e seus respectivos salários.

Setor	Quantidade de funcionários	Salário (em real)
Produção	75	2 000,00
Administração	25	7 000,00

A média dos salários dos 100 funcionários dessa empresa, em real, é

- a) 2 000,00. b) 2 500,00. c) 3 250,00.
d) 4 500,00. e) 9 000,00

496. Renato é diretor de um colégio de ensino fundamental. Ele decidiu que a escola adotaria provas bimestrais e um sistema de pesos nas notas de cada bimestre para compor a média final. A tabela abaixo apresenta o sistema de pesos que Renato escolheu:

Bimestre	1°	2°	3°	4°
Peso	1	2	2	3

Um aluno obteve nos três primeiros bimestres as notas iguais a 5,0; 8,0 e 6,0. Sabendo que a média final mínima para aprovação é igual a 6,0, então a menor nota que o aluno deve tirar na prova do 4° bimestre de modo a ser aprovado é:

- a) 5,0 b) 5,2 c) 5,5
d) 6,0 e) 6,5

497. A tabela indica todas as funções existentes em uma firma, os respectivos salários mensais e o número de todos os funcionários de cada função

Função	Salários (R\$)	Nº de funcionários
Diretor	R\$ 8.000,00	4
Chefe de Setor	R\$ 2.500,00	6
Escriturário	R\$ 1.000,00	30
Total		40

A respeito dos dados contidos nesta tabela, pode-se concluir que nesta firma:

- a) O salário modal é igual ao salário de um chefe de setor.
b) O salário médio é de R\$ 3 833,33.
c) O salário médio é menor do que a quinta parte do salário de um diretor.
d) A mediana dos salários é de R\$ 1 000,00.
e) A mediana dos salários é de R\$ 1 925,00.

498. (Enem/20) Com o objetivo de contratar uma empresa responsável pelo serviço de atendimento ao público, os executivos de uma agência bancária realizaram uma pesquisa de satisfação envolvendo cinco empresas especializadas nesse segmento. Os procedimentos analisados (com pesos que medem sua importância para a agência) e as respectivas notas que cada empresa recebeu estão organizados no quadro.

Procedimento	Peso	Notas da empresa				
		X	Y	Z	W	T
Rapidez no atendimento	3	5	1	4	3	4
Clareza nas informações passadas aos clientes	5	1	4	3	3	2
Cortesia no atendimento	2	2	2	2	3	4

A agência bancária contratará a empresa com a maior média ponderada das notas obtidas nos procedimentos analisados.

Após a análise dos resultados da pesquisa de satisfação, os executivos da agência bancária contrataram a empresa

- a) X. b) Y. c) Z.
d) W. e) T.

499. (Enem/21) Uma grande rede de supermercados adota um sistema de avaliação dos faturamentos de suas filiais, considerando a média de faturamento mensal em milhão. A matriz da rede paga uma comissão para os representantes dos supermercados que atingirem uma média de faturamento mensal (M), conforme apresentado no quadro.

Comissão	Média de faturamento mensal (M)
I	$1 \leq M < 2$
II	$2 \leq M < 4$
III	$4 \leq M < 5$
IV	$5 \leq M < 6$
V	$M \geq 6$

Um supermercado da rede obteve os faturamentos num dado ano, conforme apresentado no quadro.

Faturamento mensal (milhão de real)	Quantidade de meses
3,5	3
2,5	2
5	2
3	4
7,5	1

Nas condições apresentadas, os representantes desse supermercado avaliam que receberão, no ano seguinte, a comissão de tipo

- a) I. b) II. c) III.
d) IV. e) V.

500. (Enem/14) Ao final de uma competição de ciências em uma escola, restaram apenas três candidatos. De acordo com as regras, o vencedor será o candidato que obtiver a maior média ponderada entre as notas das provas finais nas disciplinas química e física, considerando, respectivamente, os pesos 4 e 6 para elas. As notas são sempre números inteiros. Por questões médicas, o candidato II ainda não fez a prova final de química. No dia em que sua avaliação for aplicada, as notas dos outros dois candidatos, em ambas as disciplinas, já terão sido divulgadas.

O quadro apresenta as notas obtidas pelos finalistas nas provas finais.

Candidato	Química	Física
I	20	20
II	X	25
III	21	18

A menor nota que o candidato II deverá obter na prova final de química para vencer a competição é

- a) 18. b) 19. c) 22.
d) 25. e) 26.

501. (Enem/19) Em uma fábrica de refrigerantes, é necessário que se faça periodicamente o controle no processo de engarrafamento para evitar que sejam envasadas garrafas fora da especificação do volume escrito no rótulo. Diariamente, durante 60 dias, foram anotadas as quantidades de garrafas fora dessas especificações. O resultado está apresentado no quadro

Quantidade de garrafas fora das especificações por dia	Quantidade de dias
0	52
1	5
2	2
3	1

A média diária de garrafas fora das especificações no período considerado é

- a) 0,1. b) 0,2. c) 1,5.
d) 2,0. e) 3,0.

502. (Enem PPL/20) Um síndico precisa pintar os muros, portões e calçamento de um edifício. Os pintores solicitaram três galões de tinta T1 para os muros, um galão de tinta T2 para os portões e dois galões de tinta T3 para o calçamento. Ele pesquisou o preço das tintas em cinco lojas diferentes, obtendo os seguintes valores, em real.

Loja	T1	T2	T3
1	82,00	134,00	202,00
2	80,00	122,00	214,00
3	85,00	115,00	209,00
4	88,00	132,00	199,00
5	90,00	116,00	202,00

O síndico irá comprar as tintas numa única loja, escolhendo aquela em que o valor total da compra resulte no menor preço médio por galão.

Com base nessas informações, a loja escolhida será

- a) 1. b) 2. c) 3.
d) 4. e) 5.

503. (Enem/17) A avaliação de rendimento de alunos de um curso universitário baseia-se na média ponderada das notas obtidas nas disciplinas pelos respectivos números de créditos, como mostra o quadro:

Avaliação	Média de notas (M)
Excelente	$9 < M \leq 10$
Bom	$7 \leq M \leq 9$
Regular	$5 \leq M < 7$
Ruim	$3 \leq M < 5$
Péssimo	$M < 3$

Quanto melhor a avaliação de um aluno em determinado período letivo, maior sua prioridade na escolha de disciplinas para o período seguinte. Determinado aluno sabe que se obtiver avaliação “Bom” ou “Excelente” conseguirá matrícula nas disciplinas que deseje.

Ele já realizou as provas de 4 das 5 disciplinas em que está matriculado, mas ainda não realizou a provada disciplina I, conforme o quadro.

Disciplinas	Notas	Número de créditos
I		12
II	8,00	4
III	6,00	8
IV	5,00	8
V	7,50	10

Para que atinja seu objetivo, a nota mínima que ele deve conseguir na disciplina I é

- a) 7,00. b) 7,38. c) 7,50.
d) 8,25. e) 9,00.

504. (Enem/21) Em um estudo realizado pelo IBGE em quatro estados e no Distrito Federal, com mais de 5 mil pessoas com 10 anos ou mais, observou-se que a leitura ocupa, em média, apenas seis minutos do dia de cada pessoa. Na faixa de idade de 10 a 24 anos, a média diária é de três minutos. No entanto, no grupo de idades entre 24 e 60 anos, o tempo médio diário dedicado à leitura é de 5 minutos. Entre os mais velhos, com 60 anos ou mais, a média é de 12 minutos.

A quantidade de pessoas entrevistadas de cada faixa de idade seguiu a distribuição percentual descrita no quadro.

Faixa etária	Percentual de entrevistados
De 10 a 24 anos	x
Entre 24 e 60 anos	y
A partir de 60 anos	x

Os valores de x e y do quadro são, respectivamente, iguais a

- a) 10 e 80. b) 10 e 90. c) 20 e 60.
d) 20 e 80. e) 25 e 50.

505. (Enem/18) Os alunos da disciplina de estatística, em um curso universitário, realizam quatro avaliações por semestre com os pesos de 20%, 10%, 30% e 40%, respectivamente.

No final do semestre, precisam obter uma média nas quatro avaliações de, no mínimo, 60 pontos para serem aprovados. Um estudante dessa disciplina obteve os seguintes pontos nas três primeiras avaliações: 46, 60 e 50, respectivamente. O mínimo de pontos que esse estudante precisa obter na quarta avaliação para ser aprovado é

- a) 29,8. b) 71,0. c) 74,5.
d) 75,5. e) 84,0.

506. (Enem/18) A Comissão Interna de Prevenção de Acidentes (CIPA) de uma empresa, observando os altos custos com os frequentes acidentes de trabalho ocorridos, fez, apedido da diretoria, uma pesquisa do número de acidentes sofridos por funcionários. Essa pesquisa, realizada comum a amostra de 100 funcionários, norteará as ações da empresa na política de segurança no trabalho. Os resultados obtidos estão no quadro.

Número de acidentes sofridos	Número de trabalhadores
0	50
1	17
2	15
3	10
4	6
5	2

A média do número de acidentes por funcionário na amostra que a CIPA apresentará à diretoria da empresa é

- a) 0,15. b) 0,30. c) 0,50.
d) 1,11. e) 2,22.

3.2. Mediana

Ao colocar os valores de um conjunto de dados em ordem (crescente ou decrescente), *mediana* (M_d) é o valor que se situa na posição central.

Se a quantidade de elementos for ímpar, existe um termo central.

Se a quantidade de elementos for par, não existe um termo central. A mediana é calculada pela média aritmética dos dois termos centrais.

Algumas dicas importantes sobre o cálculo de medianas:

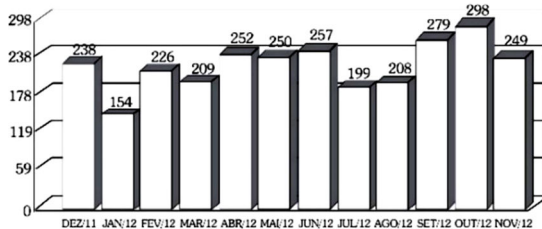
- Deve-se calcular a mediana somente após colocar os elementos de um conjunto em ordem crescente ou decrescente. Uma lista em ordem crescente ou decrescente se chama *rol*.

- Em conjuntos grandes de dados, a mediana indica o valor que supera metade do conjunto, e é superado pela outra metade. Desta forma, a média não garante a divisão em partes de igual tamanho, enquanto a mediana garante. Isto torna a mediana extremamente útil para indicadores sociais e econômicos, porque permite saber um nível que não é alcançado por exatamente metade de uma população.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Ao receber uma conta de energia elétrica da CELG, um matemático observa o gráfico que representa seu consumo nos 12 meses anteriores, medido em kWh.

Gráfico



Para obter um valor que represente razoavelmente bem seu consumo mensal, ele calcula a mediana dos valores dos consumos apresentados no gráfico. Qual o valor encontrado?

Resolução

Para calcular a mediana é necessário colocar os valores em ordem, ou seja, montar o rol: {154, 199, 208, 209, 226, 238, 249, 250, 252, 257, 279, 298}

Como há um número par de elementos, a mediana é calculada pela média dos dois termos centrais:

$$Md = \frac{238 + 249}{2} = 243,5$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

507. (Enem Libras/17) Passar trote nos telefones de emergência da Polícia Militar, Corpo de Bombeiros e Serviço de Atendimento Móvel de Urgência (Samu) pode resultar em multa para o dono do telefone de onde partiu a ligação.

Para exemplificar a seriedade dessa questão, em uma cidade brasileira, um jornal local publicou a tabela a seguir, mostrando o número de trotes telefônicos recebidos pelos bombeiros da cidade, ao longo de um semestre.

Meses	Trotes
Jan	18
Fev	20
Mar	30
Abr	16
Mai	14
Jun	16

Qual o valor mediano da quantidade de trotes recebidos nesse semestre?

- a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 20

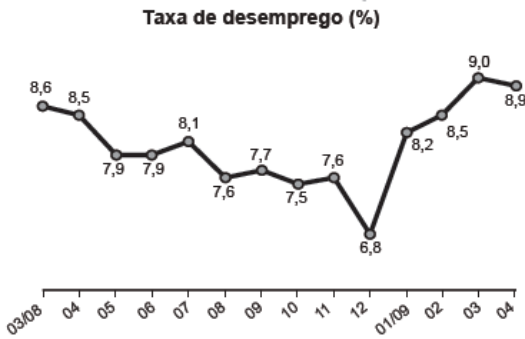
508. (Enem PPL/21) Até a Copa de 2010, apenas sete jogadores haviam conseguido o feito de marcar 8 ou mais gols em uma mesma edição da Copa do Mundo. O quadro apresenta os anos das edições da copa nas quais ocorreram esses feitos, quais foram os jogadores que os realizaram e os respectivos números de gols marcados por cada um deles.

Ano	Nome do jogador	Número de gols marcados
1930	Stábile	8
1950	Ademir	9
1954	Kocsis	11
1958	Fontaine	13
1966	Eusébio	9
1970	Muller	10
2002	Ronaldo	8

Para facilitar a análise sobre a quantidade de gols marcados por esses artilheiros nas referidas copas, foi calculada a mediana da distribuição dos números de gols marcados por eles nas sete copas especificadas no quadro.

A mediana dessa distribuição é igual
a) 9,0. b) 9,7. c) 10,0.
d) 10,2. e) 13,0.

509. (Enem/17) O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em %) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.



IBGE. Pesquisa mensal de emprego. Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 30 jul. 2012

A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de

a) 8,1% b) 8,0% c) 7,9%
d) 7,7% e) 7,6%

510. (Enem/14) Os candidatos K, L, M, N e P estão disputando uma única vaga de emprego em uma empresa e fizeram provas de português, matemática, direito e informática. A tabela apresenta as notas obtidas pelos cinco candidatos.

Candidatos	Português	Matemática	Direito	Informática
K	33	33	33	34
L	32	39	33	34
M	35	35	36	34
N	24	37	40	35
P	36	16	26	41

Segundo o edital de seleção, o candidato aprovado será aquele para o qual a mediana das notas obtidas por ele nas quatro disciplinas for a maior.

O candidato aprovado será

a) K. b) L. c) M.
d) N. e) P.

511. (Enem PPL/23) A nota final de um estudante em uma disciplina é dada pela mediana das notas de suas quatro provas. Cinco estudantes dessa disciplina obtiveram as notas apresentadas no quadro.

Estudante	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 4
I	85	45	90	45
II	80	70	70	75
III	75	75	75	55
IV	85	35	35	90
V	60	70	70	75

O professor dessa disciplina pediu a cada estudante que calculasse sua nota final e lhe apresentasse o resultado obtido. Os resultados informados pelos estudantes foram:

- estudante I: 77;
- estudante II: 70;
- estudante III: 70;
- estudante IV: 60;
- estudante V: 70.

Qual(is) estudante(s) acertou(aram) sua nota final?

a) I b) III c) II e III
d) II e V e) IV e V

512. (Enem PPL/20) O gerente de uma concessionária apresentou a seguinte tabela em uma reunião de dirigentes. Sabe-se que ao final da reunião, a fim de elaborar metas e planos para o próximo ano, o administrador avaliará as vendas, com base na mediana do número de automóveis vendidos no período de janeiro a dezembro.

Mês	Número de automóveis vendidos
Janeiro	25
Fevereiro	20
Março	30
Abril	35
Maio	40
Junho	50
Julho	45
Agosto	35
Setembro	60
Outubro	55
Novembro	70
Dezembro	65

Qual foi a mediana dos dados apresentados?

- a) 40,0 b) 42,5 c) 45,0
d) 47,5 e) 50,0

513. (Enem PPL/16) Uma pessoa está disputando um processo de seleção para uma vaga de emprego em um escritório. Em uma das etapas desse processo, ela tem de digitar oito textos.

A quantidade de erros dessa pessoa, em cada um dos textos digitados, é dada na tabela.

Texto	Número de erros
I	2
II	0
III	2
IV	2
V	6
VI	3
VII	4
VIII	5

Nessa etapa do processo de seleção, os candidatos serão avaliados pelo valor da mediana do número de erros. A mediana dos números de erros cometidos por essa pessoa é igual a

- a) 2,0. b) 2,5. c) 3,0.
d) 3,5. e) 4,0.

514. (Enem/15) Em uma seletiva para a final dos 100 metros livres de natação, numa olimpíada, os atletas, em suas respectivas raias, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	Tempo
1	20,90
2	20,90
3	20,50
4	20,80
5	20,60
6	20,60
7	20,90
8	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é

- a) 20,70. b) 20,77. c) 20,80.
d) 20,85. e) 20,90.

515. (Enem/21) O quadro apresenta o número de terremotos de magnitude maior ou igual a 7, na escala Richter, ocorridos em nosso planeta nos anos de 2000 a 2011.

Ano	Terremotos
2000	15
2001	16
2002	13
2003	15
2004	16
2005	11
2006	11
2007	18
2008	12
2009	17
2010	24
2011	20

<https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/browse/m7-world.php>. Acesso: 13.ago.2012

Um pesquisador acredita que a mediana representa bem o número anual típico de terremotos em um período.

Segundo esse pesquisador, o número anual típico de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é

- a) 11. b) 15. c) 15,5.
d) 15,7. e) 17,5.

516. (Enem PPL/22) O diabetes *mellitus* é uma doença crônica, caracterizada pelo aumento de glicose no sangue. O Sistema de Cadastramento e Acompanhamento de Hipertensos e Diabéticos destina-se ao

cadastro e acompanhamento de portadores de hipertensão arterial e/ou diabetes *mellitus* atendidos na rede ambulatorial do Sistema Único de Saúde. A tabela mostra o número de pessoas portadoras de diabetes *mellitus* tipo 2, a forma mais grave da doença, distribuídas pelas macrorregiões de saúde de Minas Gerais, em 2012.

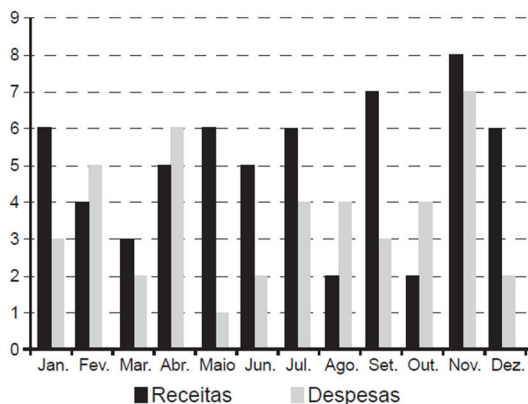
Macrorregião de saúde	Número de portadores de diabetes <i>mellitus</i> tipo 2
Sul	714
Centro-Sul	186
Centro	448
Jequitinhonha	36
Oeste	460
Leste	255
Sudeste	110
Norte	45
Noroeste	86
Leste do Sul	47
Nordeste	39
Triângulo do Sul	153
Triângulo do Norte	128

Disponível em: <http://tabnet.datasus.gov.br>.
Acesso em: 5 nov. 2017.

A mediana do número de portadores de diabetes *mellitus* tipo 2 das macrorregiões de saúde de Minas Gerais é

- a) 110,00. b) 119,00. c) 128,00.
d) 182,50. e) 208,23.

517. (Enem/22) O gráfico apresenta os totais de receitas e despesas de uma empresa, expressos em milhão de reais, no decorrer dos meses de um determinado ano. A empresa obtém lucro quando a diferença entre receita e despesa é positiva e tem prejuízo quando essa diferença é negativa.



Qual é a mediana, em milhão de reais, dos valores dos lucros apurados pela empresa nesse ano?

- a) 1,5 b) 2,0 c) 2,9
d) 3,0 e) 5,5

518. (Enem/09) Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valem, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0. Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe

- a) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
b) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
c) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
d) permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
e) empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Em uma empresa de *telemarketing*, os operadores têm o seu atendimento avaliado pelo cliente, o qual pode atribuir uma nota de 1 a 5. O cliente que dá nota 1 indica estar muito insatisfeito com o atendimento recebido, enquanto aquele que dá nota 5 manifesta estar muito satisfeito.

Ao final de cada semana, a mediana das notas obtidas pelos operadores é calculada como um indicador da satisfação do cliente em relação ao atendimento da empresa.

A tabela a seguir apresenta a frequência das notas obtidas pelos operadores ao longo de determinada semana.

Nota	Frequência
1	70
2	130
3	300
4	380
5	120

Com base na tabela, a mediana das notas obtidas pelos operadores ao longo dessa semana foi

- a) 2,65. b) 3,00. c) 3,35.
d) 3,50. e) 4,00.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

519. (Enem PPL/14) Os salários, em reais, dos funcionários de uma empresa são distribuídos conforme o quadro:

Valor do salário (R\$)	Número de funcionários
622,00	24
1244,00	1
3110,00	20
6220,00	3

A mediana dos valores dos salários dessa empresa é, em reais,

- a) 622,00. b) 933,00. c) 1 244,00.
d) 2 021,50. e) 2 799,00.

520. (Enem/22) Uma das informações que pode auxiliar no dimensionamento do número de pediatras que devem atender em uma Unidade Básica de Saúde (UBS) é o número que representa a mediana da quantidade de crianças por família existente na região sob sua responsabilidade.

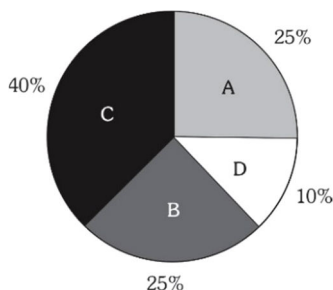
O quadro mostra a distribuição das frequências do número de crianças por família na região de responsabilidade de uma UBS.

Número de crianças por família	Frequência
0	100
1	400
2	200
3	150
4	100
5	50

O número que representa a mediana da quantidade de crianças por família nessa região é

- a) 1,0. b) 1,5. c) 1,9.
d) 2,1. e) 2,5.

521. (Enem/13) Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R\$ 200,00; B = R\$ 300,00; C = R\$ 400,00 e D = R\$ 600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



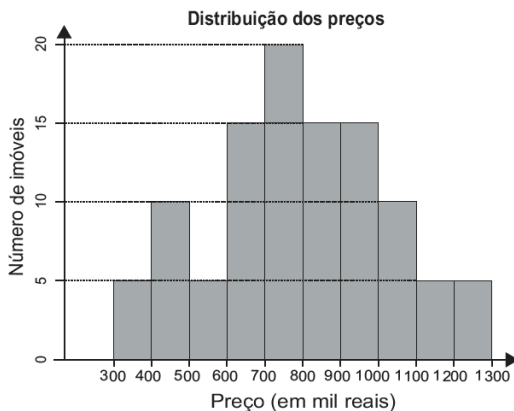
O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é

- a) 300,00. b) 345,00. c) 350,00.
d) 375,00. e) 400,00.

522. (Enem/21) Um casal está planejando comprar um apartamento de dois quartos num bairro de uma cidade e consultou a página de uma corretora de imóveis, encontrando 105 apartamentos de dois quartos à venda no bairro desejado. Eles usaram um aplicativo da corretora para gerar a distribuição dos preços do conjunto de imóveis selecionados.

O gráfico ilustra a distribuição de frequências dos preços de venda dos apartamentos dessa lista (em mil reais), no qual as faixas de preço são dadas por $]300,400]$, $]400,500]$, $]500,600]$, $]600,700]$, $]700,800]$, $]800,900]$, $]900,1000]$, $]1000,1100]$, $]1100,1200]$ e $]1200,1300]$.

A mesma corretora anuncia que cerca de 50% dos apartamentos de dois quartos nesse bairro, publicados em sua página, têm preço de venda inferior a 550 mil reais. No entanto, o casal achou que essa última informação não era compatível com o gráfico obtido.



Com base no gráfico obtido, o menor preço, p (em mil reais), para o qual pelo menos 50% dos apartamentos apresenta preço inferior a p é

- a) 600. b) 700. c) 800.
d) 900. e) 1 000.

3.3. Moda

A moda de um conjunto é o valor que mais se repete, ou seja, é o valor de maior frequência. Ela também tem a propriedade de representar um conjunto, indicando qual é o elemento mais encontrado nele.

Não é necessário existir uma única moda. Pode haver mais de uma moda, ou mesmo não haver moda, caso nenhum elemento esteja presente em maior quantidade que outros. Assim, na lista $A = (1, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 6)$ a moda é 3, enquanto na lista $B = (1, 2, 2, 2, 3, 6, 7, 7, 7, 10)$ as modas são 2 e 7.

Em uma distribuição de frequências, basta procurar o valor de maior frequência.

Algumas dicas importantes sobre o cálculo da moda:

- A moda de uma amostra é útil para fazer previsões sobre o valor mais provável de um próximo elemento da população. Por exemplo, se uma loja de sapatos for comprar apenas mais um par de sapatos, deve escolher o tamanho de pé que corresponda à moda, de forma a atender o maior número possível de clientes.

- Além disso, a moda é a única medida que não precisa ser numérica. Por exemplo, no rol $A = (\text{azul}, \text{azul}, \text{castanho}, \text{castanho}, \text{castanho}, \text{castanho}, \text{castanho}, \text{castanho}, \text{verde})$ representando a cor dos olhos de uma família, a moda é “castanho”.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

A tabela a seguir representa as notas obtidas por um aluno em determinada disciplina ao longo do ano:

Nota	Frequência
7,0	2
8,0	2
9,0	1
10,0	3

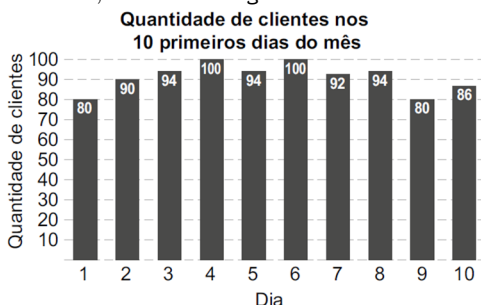
Determine a moda desse conjunto.

Resolução

A moda é $Mo = 10,0$, porque é o valor que possui maior frequência (3).

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

523. (Enem PPL/23) Restaurantes geralmente se deparam com o problema de definir a quantidade de alimentos a serem preparados para cada dia. Diante desse problema, o gerente de um restaurante anotou as quantidades de clientes que almoçaram em seu restaurante durante os 10 primeiros dias do mês e registrou esses dados, obtendo este gráfico:



Ele considerou a moda da distribuição das quantidades de clientes que almoçaram em seu restaurante nesses 10 primeiros dias do mês como uma boa medida para dimensionar a quantidade de alimentos a serem preparados diariamente.

O valor da moda dessa distribuição é

- a) 90. b) 91. c) 93.
d) 94. e) 97

524. (Enem/10) O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Se X , Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então

- a) $X = Y < Z$.
b) $Z < X = Y$.
c) $Y < Z < X$.
d) $Z < X < Y$.
e) $Z < Y < X$.

525. (Enem/16) Ao iniciar suas atividades, um ascensorista registra tanto o número de pessoas que entram quanto o número de pessoas que saem do elevador em cada um dos andares do edifício onde ele trabalha. O quadro apresenta os registros do ascensorista durante a primeira subida do térreo, de onde partem ele e mais três pessoas, ao quinto andar do edifício.

Número de pessoas	Térreo	1º andar	2º andar	3º andar	4º andar	5º andar
que entram no elevador	4	4	1	2	2	2
que saem do elevador	0	3	1	2	0	6

Com base no quadro, qual é a moda do número de pessoas no elevador durante a subida do térreo ao quinto andar?

- a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

526. (Enem PPL/09) Em uma fazenda com 24 porcas matrizes na segunda gestação, todas de mesma idade e reproduzindo, foram obtidos os seguintes dados com relação ao número de porquinhos nascido vivos.

10	13	11	12
11	11	12	10
10	10	10	12

A média ME e a moda MO , dessa distribuição, do número de porquinhos por matriz, são

- a) $ME = 11$ e $MO = 10$.
b) $ME = 11$ e $MO = 13$.
c) $ME = 11,5$ e $MO = 10$.
d) $ME = 11,5$ e $MO = 13$.
e) $ME = 11$ e $MO = 11$.

527. (Enem/11) Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos. As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a

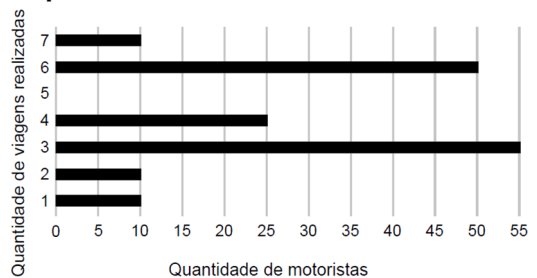
- 17 °C, 17 °C e 13,5 °C.
- 17 °C, 18 °C e 13,5 °C.
- 17 °C, 13,5 °C e 18 °C.
- 17 °C, 18 °C e 21,5 °C.
- 17 °C, 13,5 °C e 21,5 °C.

528. Geraldo é gerente de uma loja de calçados femininos e durante um mês, anotou os tamanhos dos pés de todas as clientes que passaram pela loja, montando com isto uma grande lista de tamanhos de pés. Agora ele deseja comprar alguns pares de sapatos a mais para revender. De forma a revendê-los o mais rápido possível, decida priorizar o tamanho do calçado que mais atender às suas clientes.

Em relação aos dados coletados, o tamanho do sapato que Geraldo mais deve encomendar corresponde à:

- Média aritmética simples dos dados coletados.
- Média aritmética ponderada dos dados coletados.
- Mediana dos dados coletados.
- Desvio padrão dos dados coletados.
- Moda dos dados coletados.

529. (Enem 23) Uma empresa de transporte faz regularmente um levantamento do número de viagens realizadas durante o dia por todos os 160 motoristas cadastrados em seu aplicativo. E um certo dia, foi gerado um relatório, por meio de um gráfico de barras, no qual se relacionaram a quantidade de motoristas com a quantidade de viagens realizadas até aquele instante do dia.



Comparando os valores da média, da mediana e da moda da distribuição das quantidades de viagens realizadas pelos motoristas cadastrados nessa empresa, obtém-se

- mediana = média < moda.
- mediana = moda < média.
- mediana < média < moda.
- moda < média < mediana.
- moda < mediana < média

530. (Enem PPL/21) A qualidade de sementes é verificada, entre outros fatores, pelo índice de germinação. Uma grande empresa afirma que o índice de germinação de suas sementes é de 90%. Essa empresa e dez pequenos produtores que formam uma cooperativa estão concorrendo a um auxílio financeiro que permitirá aumentar os

Analisando os dados coletados durante o mês de fevereiro, o qual teve 21 dias letivos, ele concluiu que 6 h 21 min foi o que mais se repetiu, e que a mediana do conjunto de dados é 6 h 22 min. A probabilidade de que, em algum dos dias letivos de fevereiro, esse rapaz tenha apanhado o ônibus antes de 6 h 21 min da manhã é, no máximo,

- a) $\frac{4}{21}$ b) $\frac{5}{21}$ c) $\frac{6}{21}$
 d) $\frac{7}{21}$ e) $\frac{8}{21}$

MÓDULO 04
MEDIDAS DE DISPERSÃO

4.1. Amplitude e Desvio

As três medidas estudadas até agora (média, mediana e moda) servem para caracterizar uma população. Ao ler uma informação, por exemplo, de que “a média da turma A foi 7,2 e a média da turma B foi de 6,3”, é fácil perceber que estamos resumindo o desempenho de cada sala como um todo, e que em média, turma A foi melhor que a turma B.

A média, no entanto, não fala nada sobre a heterogeneidade das notas dos alunos. Existem várias maneiras de a média de uma sala ser 6,3. Pode ser que a maioria dos alunos tenha obtido notas próximas de 6,3 – apenas alguns décimos acima ou abaixo. Ou então, poucos alunos tiraram notas próximas a 6,3 – muitos alunos tiraram notas acima de 8; muitos tiraram notas abaixo de 5; e a média foi 6,3. Ou ainda, as notas podem estar completamente espalhadas, de 0 até 10, e a média foi 6,3.

Nesses casos, o que diferencia uma situação da outra não é a média das notas, mas a *heterogeneidade* dos alunos. Essa heterogeneidade é avaliada pelas *medidas de dispersão*.

Antes de falarmos sobre essas medidas, vamos aprender dois conceitos. O primeiro deles é a amplitude (*Amp*), que é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo de um conjunto de dados:

$$Amp = \max - \min$$

O segundo conceito é o de desvio. No contexto da estatística, a heterogeneidade dos dados pode ser entendida como “diferença da média”. Desta forma, se um elemento do conjunto é x e a média do conjunto é \bar{x} , para cada elemento calculamos seu desvio (D) em relação à média, pela diferença:

$$D = x - \bar{x}$$

Para cada elemento, o desvio pode ter resultado positivo, negativo ou zero.

4.2. Desvio Absoluto Médio

A maneira mais simples de medir quão dispersos estão os elementos, é calcular a média dos afastamentos, tomados em módulo. O módulo é importante porque a intenção é medir a distância da média, sem se importar se os elementos são menores ou maiores que ela.

Então, o desvio absoluto médio é dado por:

$$DMA = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

O símbolo \sum significa somatório, indicando que devemos calcular, em módulo, o afastamento de cada elemento, somá-los e dividir pela quantidade de elementos.

4.3. Desvio Padrão

O desvio padrão, da mesma forma que o desvio absoluto médio, visa medir a heterogeneidade do conjunto. Ele parte de um princípio parecido, tomando o afastamento de cada elemento.

No entanto, em vez de tomar o módulo de cada afastamento, iremos tomar o quadrado destes. Após calcular a média dos resultados, extraímos sua raiz quadrada:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

4.4. Variância

A variância é uma outra medida que está relacionada ao desvio padrão. O valor da variância é o quadrado do desvio padrão:

$$V = \sigma^2$$

No exemplo anterior, $\sigma = \sqrt{2,8}$. Então, teríamos $V = 2,8$. A variância não tem um significado simples, porque não é medida na mesma unidade dos valores estudados. Para o ensino médio, sua utilidade se restringe ao cálculo simples e comparação de seus valores.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

As cinco notas de um aluno ao longo do ano foram:

8,0	10,0	5,0	8,0	9,0
-----	------	-----	-----	-----

Calcule

- o desvio absoluto médio destas notas.
-

Resolução

- Primeiro calcula-se a média:

$$\bar{x} = \frac{8+10+5+8+9}{5} = 8,0$$

Para cada elemento, vamos calcular, em módulo, a diferença em relação à média. Podemos fazer uma tabela para ajudar.

x	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x} $
8,0	$8 - 8 = 0$	0
10,0	$10 - 8 = 2$	2
5,0	$5 - 8 = -3$	3
8,0	$8 - 8 = 0$	0
9,0	$9 - 8 = 1$	1

Então, o *desvio absoluto médio* é:

$$DMA = \frac{0+2+3+0+1}{5} = 1,2$$

Portanto, as notas do aluno se situaram, em média, 1,2 pontos acima ou abaixo de 8.

- Primeiro calcula-se a média:

$$\bar{x} = \frac{8+10+5+8+9}{5} = 8,0$$

Para cada elemento, vamos calcular o quadrado a diferença em relação à média. Podemos fazer uma tabela para ajudar.

x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
8,0	$8 - 8 = 0$	0
10,0	$10 - 8 = 2$	4
5,0	$5 - 8 = -3$	9
8,0	$8 - 8 = 0$	0
9,0	$9 - 8 = 1$	1

Calculamos então a raiz quadrada da média dos valores obtidos na última coluna:

$$\sigma = \sqrt{\frac{0+4+9+0+1}{5}} = \sqrt{\frac{14}{5}} = \sqrt{2,8} \cong 1,67$$

Portanto, o desvio padrão (σ) vale 1,67, portanto, as notas do aluno se situam, em média, dentro de uma faixa de 1,67 pontos acima ou abaixo de 8.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

534. (Enem PPL/23) A amplitude é uma medida estatística que detecta a variabilidade dos dados de uma amostra. Ela pode ser utilizada como critério de qualidade da produção na indústria de peças, indicando, por exemplo, a necessidade do descarte de um lote defeituoso.

Uma fábrica analisou cinco unidades de cada um dos cinco lotes da produção de um tipo de peça que, por projeto, devem ter comprimento igual a 10 cm. As medidas, em centímetro, dessas unidades estão distribuídas a seguir:

- lote I: 9,80; 10,30; 10,30; 10,30 e 10,30;
- lote II: 10,55; 10,58; 10,58; 10,60 e 10,60;
- lote III: 9,80; 9,80; 10,00; 10,00 e 10,20;
- lote IV: 9,90; 9,90; 9,90; 10,20 e 10,20;

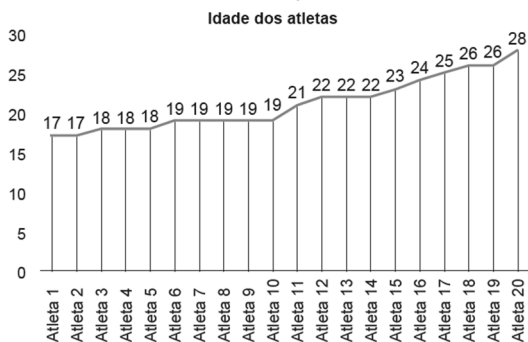
- lote V: 9,30; 9,30; 9,50; 9,50 e 9,50.

Foi determinado o descarte do lote que apresentasse a maior amplitude.

De acordo com o critério adotado, a fábrica descartará o lote

- a) I. b) II. c) III.
d) IV. e) V.

535. O técnico de um time de futebol fez uma seleção com um grupo de jogadores para um torneio. Para essa escolha, ele levou em consideração, além da capacidade física, a idade de cada jogador. O gráfico a seguir apresenta a idade dos 20 atletas de futebol que participaram da seleção.



Qual é a amplitude, em ano, da idade desses atletas?

- a) 21 b) 20 c) 19
d) 13 e) 11

536. (Enem/10) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

Dados dos candidatos no concurso

	Marco	Paulo
Matemática	14	8
Português	15	19
Conhecimento Gerais	16	18
Média	15	15
Mediana	15	18
Desvio Padrão	0,32	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é

- a) Marco, pois a média e a mediana são iguais.
b) Marco, pois obteve menor desvio padrão.
c) Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.
d) Paulo, pois obteve maior mediana.
e) Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

537. Uma pesquisa foi realizada com um grupo de estudantes de uma turma, durante a aula de Educação Física. Os dados obtidos foram tratados e os resultados estão apresentados na tabela a seguir:

Variável Pesquisada	Média	Moda	Mediana	Desvio Padrão
Peso (kg)	57,3	60,0	58,0	3,8
Altura (cm)	137,6	120,0	131,5	19,1
Idade (anos)	15,5	14,0	15,0	1,3
Circunferência abdominal	102,5	108,0	106,5	11,9
Numeração de sapato	37,2	37	36	4,1

Com as informações da tabela, podemos afirmar que a variável que apresenta o comportamento mais homogêneo é o(a)

- a) peso.
b) altura.
c) idade.
d) circunferência abdominal.
e) numeração de sapato

538. (Enem/16) O procedimento de perda rápida de peso é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas da categoria até 66 kg, Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três pesagens antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais

regular e o menos regular quanto aos "pesos". As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª pesagem	2ª pesagem	3ª pesagem	Média	Mediana	Desvio Padrão
I	78	72	66	72	72	4,90
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

Após três pesagens os organizadores do torneio informaram aos atletas quais deles se enfrentariam na primeira luta. A primeira luta foi entre os atletas

- a) I e III. b) I e IV. c) II e III. d) II e IV. e) III e IV.

539. (Enem PPL/14) Em uma escola, cinco atletas disputam a medalha de ouro em uma competição de salto em distância. Segundo o regulamento dessa competição, a medalha de ouro será dada ao atleta mais regular em uma série de três saltos. Os resultados e as informações dos saltos desses cinco atletas estão no quadro.

Atleta	1º salto	2º salto	3º salto	Média	Mediana	Desvio padrão
I	2,9	3,4	3,1	3,1	3,1	0,25
II	3,3	2,8	3,6	3,2	3,3	0,40
III	3,6	3,3	3,3	3,4	3,3	0,17
IV	2,3	3,3	3,4	3,0	3,3	0,60
V	3,7	3,5	2,2	3,1	3,5	0,81

A medalha de ouro foi conquistada pelo atleta número:

- a) I b) II c) III
d) IV e) V

540. Uma indústria petroquímica que produz óleo automotivo em vasilhames de volume nominal 1 L retira 4 amostras de cada lote para serem pesadas.

A empresa dispõe de duas máquinas que utilizam diferentes métodos de envase, porém com igual capacidade. Os valores da tabela estão em mililitros

	Amostra 1	Amostra 2	Amostra 3	Amostra 4
Máquina 1	1007	1001	1000	1000
Máquina 2	1002	1000	1000	998

Essas máquinas necessitam de manutenção preventiva periódica, portanto, propõe-se que aquela que apresentar maior irregularidade na produção tenha prioridade.

O técnico, porém, toma a decisão de prioridade baseado na média das amostras.

Média	Moda	Mediana	Desvio padrão
1002	1000	1000,5	2,7
1000	1000	1000	1,4

A respeito do método utilizado pelo técnico, aponta-se que

- a) a medida de regularidade estatística é a mediana, a qual deveria ser utilizada como critério de prioridade, embora não mude a ordem de manutenção proposta pelo técnico.
b) a medida de regularidade estatística é a moda, a qual deveria ser utilizada como critério de prioridade, embora, neste caso, sejam idênticas à proposta pelo técnico.
c) a medida de regularidade estatística é o desvio padrão, que deveria ser utilizado como critério de prioridade, embora não mude a ordem de manutenção proposta pelo técnico.
d) a medida de regularidade estatística é o desvio padrão, que deveria ser utilizado como critério de prioridade, embora mude a ordem de manutenção proposta pelo técnico.
e) a medida de regularidade estatística é a média, a qual deveria ser utilizada como critério de prioridade, embora não mude a ordem de manutenção proposta pelo técnico.

541. (Enem/12) Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de suas propriedades. Os talhões têm a mesma área de 30 000 m² e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90 kg/talhão. O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60 kg por hectare (10 000 m²). A variância das produções dos talhões expressa em (sacas/hectare)² é

- a) 20,25 b) 4,50 c) 0,71
d) 0,50 e) 0,25

542. (Enem PPL/19) Um fiscal de certa empresa de ônibus registra o tempo, em minuto, que um motorista novato gasta para completar certo percurso. No Quadro 1 figuram os tempos gastos pelo motorista ao realizar o mesmo percurso sete vezes. O Quadro 2 apresenta uma classificação para a variabilidade do tempo, segundo o valor do desvio padrão.

Quadro 1

Tempo (em minutos)	48	54	50	46	44	52	49
-------------------------------	----	----	----	----	----	----	----

Quadro 2

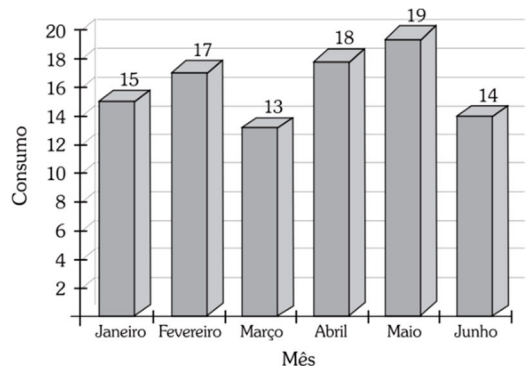
Variabilidade	Desvio padrão do tempo (min)
Extremamente baixa	$0 < \sigma \leq 2$
Baixa	$2 < \sigma \leq 4$
Moderada	$4 < \sigma \leq 6$
Alta	$6 < \sigma \leq 8$
Extremamente alta	$\sigma > 8$

Com base nas informações apresentadas nos quadros, a variabilidade do tempo é

- a) extremamente baixa.
b) baixa.
c) moderada.
d) alta.
e) extremamente alta.

543. (UEFS) Em estatística, as medidas de dispersão indicam o quão próximos ou afastados os valores (x_i) de um conjunto de dados estão em relação à média aritmética (\bar{x}) dos valores desse conjunto. Uma das medidas de dispersão é o desvio padrão. Ela é definida como a raiz quadrada da média aritmética dos quadrados dos desvios $(x_i - \bar{x})^2$.

O gráfico representa o consumo de água em certa residência de Feira de Santana no primeiro semestre de 2011.



Nessas condições, de acordo com a ilustração e o texto, pode-se afirmar que:

- a) houve uma regularidade no consumo dos dois trimestres, pois o desvio-padrão calculado para o 1º trimestre foi igual ao calculado para o 2º trimestre.
b) o consumo do 2º trimestre foi mais regular, pois o desvio-padrão calculado para o 2º trimestre foi maior que o calculado para o 1º trimestre.
c) o consumo do 2º trimestre foi mais regular, pois o desvio-padrão calculado para o 2º trimestre foi menor que o calculado para o 1º trimestre.
d) o consumo do 1º trimestre foi mais regular, pois o desvio-padrão calculado para o 1º trimestre foi maior que o calculado para o 2º trimestre.
e) o consumo do 1º trimestre foi mais regular, pois o desvio-padrão calculado para o 1º trimestre foi menor que o calculado para o 2º trimestre.

544. (Enem PPL/11) O quadro indica a quantidade de pontos marcados, em quatro partidas, por cinco jogadores de uma mesma equipe de basquete.

Jogador	1 ^a partida	2 ^a partida	3 ^a partida	4 ^a partida
A	31	22	18	9
B	15	25	25	15
C	20	23	19	18
D	18	22	24	16
E	17	19	20	24

Como todos os jogadores obtiveram a mesma média de pontos por partida, para definir quem, entre os cinco atletas, foi o de melhor rendimento, o técnico da equipe resolveu escolher aquele de maior regularidade.

Dessa forma, ele escolheu o jogador:

- a) A. b) B. c) C.
d) D. e) E.

398. Alternativa B

A campanha deveria ser intensificada nas regiões em que o percentual de doadores por habitantes fosse menor ou igual ao do país. O percentual de doadores do país é de 1,9%. Analisando apenas a última coluna da tabela, percebemos que nas regiões Nordeste (1,5%), Norte (1,5%) e Sudeste (1,9%) esse percentual de doadores é menor ou igual ao nacional.

399. Alternativa B

A partir da tabela, vamos calcular o custo médio da unidade de energia – 1 kWh – em cada uma das situações.

Consumidor residencial: custo de R\$ 85,86 por 185 kWh.

Desta forma, o custo de 1 kWh é:

$$C_1 = \frac{85,86}{185} \cong 0,464$$

Consumidor de baixa renda: custo de R\$ 16,73 por 100 kWh.

Desta forma, o custo de 1 kWh é:

$$C_2 = \frac{16,73}{100} \cong 0,167$$

A diferença entre os custos é:

$$C_1 - C_2 = 0,464 - 0,167 = 0,297$$

Dentre as alternativas apresentadas, o valor mais próximo é o de R\$ 0,29.

400. Alternativa B

Se o Brasil tivesse obtido 4 medalhas de ouro a mais, teria um total de 9 ouros. Isto a deixaria empatada, em ouros, com Coreia do Sul, Grã-Bretanha, Cuba e Ucrânia.

O desempate entre estes países e o Brasil seria, inicialmente, pelas medalhas de prata.

O total de medalhas de prata do Brasil seria de 6. Isto seria suficiente para ultrapassar a Ucrânia, mas não para ultrapassar Cuba.

Desta forma o Brasil ocuparia a posição que foi da Ucrânia, deslocando-a para baixo. Ele obteria, então, a 12ª posição.

Atenção: se você está em uma corrida e ultrapassa o 12º lugar, note que você não vai para o 11º lugar! Você assume a posição do corredor que acabou de ultrapassar.

401. Alternativa D

A grande distância entre as alternativas permite ao estudante fazer algumas aproximações, após localizar os dados corretos na tabela.

Capitais do Nordeste, em 1940:

aproximadamente 1 270 000 pessoas.

Capitais do Nordeste, em 2000:

aproximadamente 10 160 000 pessoas.

Podemos calcular a taxa de crescimento da população a partir da fórmula:

$$V_F = V_0 \cdot (1 + i)$$

Substituindo os dados calculados, vem

$$10\,160\,000 = 1\,270\,000 \cdot (1 + i)$$

$$\Leftrightarrow 1 + i = 8 \therefore i = 7 = 700\%$$

402. Alternativa A

Como o Sol é tomado como unidade, isso quer dizer que o Sol é a estrela G2, que tem Luminosidade, Massa e Raio iguais a 1.

Se a temperatura da estrela for 5 vezes a do Sol, sua temperatura será 28 850 K. Analisando a tabela, esta temperatura é associada à estrela B0. Sua luminosidade é $2 \cdot 10^4$, ou seja, 20.000 vezes a luminosidade do Sol.

403. Alternativa E

Para calcular a diminuição percentual, considere a fórmula

$$V_F = V_0 \cdot (1 - i)$$

Dos dados da tabela para 2001 e 2002, vem:

$$38\,962 = 58\,604 \cdot (1 - i)$$

$$1 - i \cong 0,665 \therefore i \cong 0,335$$

De 2002 para 2003 aplicamos a mesma fórmula, adotando o valor de i encontrado na passagem anterior:

$$V_F = 38962 \cdot (1 - 0,335) = 25910$$

Assim, estima-se que serão encontrados 25910 mosquitos em 2003.

404. Alternativa D

O enunciado fornece os volumes importado e exportado e também a estimativa de que, no período restante do ano, os volumes serão 7/5 daqueles volumes até o momento. Assim, considerando somente o período de maio a dezembro:

Importação:

$$\frac{7}{5} \cdot 9 = 12,6 \text{ milhões de m}^3$$

Exportação:

$$\frac{7}{5} \cdot 11 = 15,4 \text{ milhões de m}^3.$$

Para estimar as receitas e despesas deve-se usar o preço fornecido pelo enunciado: 340 dólares para o m³ de importado e 230 dólares para o m³ de exportado.

Importação:

$$12,6 \cdot 340 = 4284 \text{ milhões de US\$}.$$

Exportação:

$$15,4 \cdot 230 = 3542 \text{ milhões de US\$}.$$

Assim, haverá um déficit de $4284 - 3542 = 742$ milhões de R\$ no período de maio a dezembro.

No período anterior o enunciado fornece que houve importação de 2,84 bilhões de dólares e exportação de 2,24 bilhões de dólares. O déficit foi de $2,84 - 2,24 = 0,60$ bilhão = US\$. 600 milhões.

Totalizando um déficit de: $600 + 742 =$ US\$ 1.342 milhões = US\$ 1,34 bilhão.

405. Alternativa E

Para “contar” a área do Pantanal em campos de futebol, inicialmente as duas áreas devem estar na mesma unidade. Isto pode ser feito convertendo as dimensões do campo para km antes de calcular sua área. O campo tem 0,12 km por 0,09 km. A área é:

$$A = 0,12 \cdot 0,09 = 0,0108 \text{ km}^2$$

Então para contar a área em campos de futebol basta dividir a área do Pantanal pela área de um campo:

$$n = \frac{150355}{0,0108} = \frac{1500355000}{108} \cong 14000000$$

406. Alternativa B

Observando a terceira linha da tabela, para um felino de 3 kg, a área é 0,208 m². Assim, de acordo com a dosagem prescrita, temos:

$$\frac{250 \text{ mg}}{1 \text{ m}^2} = \frac{x}{0,208 \text{ m}^2}$$

$$x = 52 \text{ mg}$$

407. Alternativa C

João tem o IMC igual a 35. De acordo com a primeira tabela, seu risco de desenvolver doenças é muito elevado.

408. Alternativa E

O número de vendas é medido no eixo y. Basta olhar no gráfico que se observa, em junho, o maior número de vendas (maior coordenada y) e, em agosto, o menor número de vendas (menor coordenada y).

409. Alternativa E

Quanto menos gelo, menos reflexão da luz solar e mais aquecimento. O eixo y mostra a extensão (quantidade) de gelo. No gráfico, nota-se que a quantidade de gelo em 2007 é inferior aos outros anos durante quase todo o tempo.

410. Alternativa D

411. Alternativa A

Investidor	Preço da Compra	Preço da Venda	Resultado
1	150	460	+210
2	150	200	+50
3	380	460	+120
4	460	100	-360 (prejuízo)
5	100	200	+100

O maior lucro foi o obtido pelo investidor 1, como mostrado na tabela.

412. Alternativa D

413. Alternativa A

Ao analisar um gráfico, é importante analisar o significado de cada eixo bem como as explicações no enunciado sobre o que cada eixo significa. O eixo vertical

expressa a razão entre o número de passageiros e o número de veículos. Usando o dado de Abril - 2001 é possível calcular o número de veículos. O total de passageiros em abril de 2001 é dado no texto (321,9 milhões) e será aproximado para 322 milhões. Logo:

$$\text{Razão} = \frac{\text{Número de Passageiros}}{\text{Número de Veículos}}$$

$$\Leftrightarrow 400 = \frac{322\,000\,000}{n}$$

$$\therefore n = 805\,000 \text{ veículos}$$

Como é dado que o número de veículos pode ser considerado constante, pode-se aplicar de novo a razão na data de outubro de 2008:

$$\text{Razão} = \frac{\text{Número de Passageiros}}{\text{Número de Veículos}}$$

$$\Leftrightarrow 441 = \frac{x}{805\,000}$$

$$\therefore x = 355\,005\,000 \cong 355 \text{ milhões}$$

414. Alternativa D

415. Alternativa C

No gráfico o volume de vendas em 2005 é 236 milhões, enquanto em 2009 foi 519,2 milhões.

Pela fórmula do aumento percentual, temos:

$$V_F = V_0 \cdot (1 + i)$$

$$519,2 = 236 \cdot (1 + i) \Leftrightarrow 2,2 = 1 + i$$

$$\therefore i = 1,2 = 120\%$$

416. Alternativa B

417. Alternativa E

A produção acumulada em um biênio é a soma da produção em dois anos seguidos. Como a produção é crescente ano após ano, o biênio 2008-2009 tem a maior produção acumulada

418. Alternativa C

O gráfico apresenta de maneira direta a participação porcentual do agronegócio no PIB. Esta participação decresce de 2003 até 2006.

419. Alternativa A

Basta somarmos as bactérias de ambos os tipos, em cada dia da semana

Dia	Soma
Segunda	1250 + 350 = 1600
Terça	1100 + 800 = 1900
Quarta	300 + 1450 = 1750
Quinta	850 + 650 = 1500
Sexta	1400 + 300 = 1700
Sábado	1000 + 290 = 1290
Domingo	1350 + 0 = 1350

Logo, o dia em que houve maior total de bactérias foi terça-feira.

420. Alternativa D

Analisando os eixos e o título do gráfico, nota-se que o eixo y é medido em milhares. Desta forma, y = 1 na verdade quer dizer 1000 pessoas. No eixo x estão as datas.

Desta forma o número de pessoas referente a 05/09, no gráfico, está marcado como 23.020. Isto corresponde a 23.020.000 pessoas.

Resta apenas usar a informação do enunciado de que o crescimento entre 05/09 e 06/09 será de 4%. Para calcular o número de pessoas economicamente ativas em 06/09, usamos a fórmula:

$$V_F = V_0 \cdot (1 + i)$$

$$V_F = 23\,020\,000 \cdot (1 + 0,04)$$

$$V_F = 23\,940\,800 \text{ pessoas}$$

421. Alternativa D

422. Alternativa C

O maior centro é Guarulhos e o menor é São Paulo (capital). O exercício solicita uma subtração simples:

$$d = 60,52\% - 3,57\% = 56,95\%$$

423. Alternativa C

O número de pessoas que respondeu "NÃO" à enquete é 25% do total.

$$N = \frac{25}{100} \cdot 279 = 69,75$$

Este número pode ter sido arredondado de 69 ou de 70 participantes.

424. Alternativa: C

Para obter o desmatamento médio em 2004, devemos somar todas as áreas desmatadas e dividir pela quantidade de estados.

$$A = 10416 + 7293 + 3463 + 797 \\ + 766 + 549 + 326 + 136 + 4 = 23750$$

Média do desmatamento:

$$A_m = \frac{23750}{9} \cong 2639$$

O aumento para 2009 foi de 10,5% deste desmatamento, ou seja, valor da média para 2009 é dado por

$$V_F = V_0 \cdot (1 + i) \\ V_F = 2639 \cdot (1 + 0,105) \cong 2916 \text{ km}^2$$

425. Alternativa B

Na primeira parte do gráfico, identificamos o meio mais representativo como aquele associado à barra de maior altura. Concluimos que as classes A/B participam de promoções principalmente mediante internet. Da mesma forma, analisando a segunda parte do gráfico, percebemos que as classes C/D participam principalmente mediante os correios.

426. Alternativa D

427. Alternativa D

A categoria que está mais exposta ao vírus da gripe A é a que está menos imunizada. Assim, os adultos entre 20 e 29 anos são os que estão mais expostos

428. Alternativa C

No texto original do romance, as quatro letras mais frequentes (maiores barras do gráfico) são A, E, O, S.

Na tabela fornecida fazemos a correspondência dessas letras com novas letras no texto codificado.

$$A \rightarrow D; E \rightarrow H; O \rightarrow R; S \rightarrow V$$

Assim, no texto codificado, as letras mais frequentes são D, H, R, V.

429. Alternativa C

O número de jovens que trabalha é a soma dos que somente trabalha com aqueles que trabalham e estudam. No gráfico, essa soma

corresponde a $13,6\% + 45,2\% = 58,8\%$ do total dos jovens. Assim, o número de jovens que trabalha é

$$\frac{58,8}{100} \cdot 363\,000 = 213\,444$$

430. Alternativa B

431. Alternativa: D

Ao estudar questões de gráficos, observe sempre o que é informado em cada um dos eixos. O eixo vertical informa a porcentagem. Desta forma concluímos que no Sudeste, 56% dos jovens entrevistados tinham celular.

Então para obter a resposta basta calcular 56% de 14900:

$$x = \frac{56}{100} \cdot 14900 = 8344$$

432. Alternativa A

433. Alternativa A

Embora o gráfico não informe, devemos saber que as taxas de desemprego são dadas em porcentagem. A porcentagem de desempregados em Porto Alegre, de acordo com o gráfico, é de 9,8%. Para calcular a quantidade de desempregados devemos calcular 9,8% de 250 000.

$$N = \frac{9,8}{100} \cdot 250\,000 = 24500 \text{ pessoas.}$$

434. Alternativa E

435. Alternativa C

O acumulado atual da emissão dos EUA é de aproximadamente $185 \cdot 10^9$ toneladas de CO_2 .

Para o Brasil, a emissão anual de CO_2 é de 2,5 toneladas por habitante. Assim, o total de emissão anual para os 160 milhões de habitantes seria

$$2,5 \cdot 160 \cdot 10^6 = 400 \cdot 10^6 = \\ = 0,4 \cdot 10^9 \text{ toneladas de } \text{CO}_2$$

Após n anos com essa mesma emissão o Brasil atingiria o acumulado atual dos EUA:

$$n \cdot 0,4 \cdot 10^9 = 185 \cdot 10^9 \\ n = 462,5 \approx 460 \text{ anos}$$

436. Alternativa D**437. Alternativa D**

Para simplificar a resolução, podemos considerar que seja 100 a quantidade total de perfumes vendidos.

Nesse caso, o perfume I, por exemplo, responsável por 13% das vendas, teria exatamente 13 unidades vendidas.

Calculamos as receitas geradas pela venda de cada tipo de perfume multiplicando-se a quantidade vendida pelo preço unitário.

$$\text{Perfume I: } R_1 = 13 \cdot 200 = \text{R\$ } 2600$$

$$\text{Perfume II: } R_2 = 10 \cdot 170 = \text{R\$ } 1700$$

$$\text{Perfume III: } R_3 = 16 \cdot 150 = \text{R\$ } 2400$$

$$\text{Perfume IV: } R_4 = 29 \cdot 100 = \text{R\$ } 2900$$

$$\text{Perfume V: } R_5 = 32 \cdot 80 = \text{R\$ } 2560$$

O perfume que teve maior arrecadação é o IV.

438. Alternativa B

Para resolver esta questão de um modo simples e compreensível, devemos dividir o gasto mensal de R\$ 400.000,00 entre as três categorias de funcionários da empresa.

Ensino Fundamental:

$$C_1 = \frac{12,5}{100} \cdot 400\,000 = 50\,000,00$$

Ensino Médio:

$$C_2 = \frac{75}{100} \cdot 400\,000 = 300\,000,00$$

Ensino Superior:

$$C_3 = \frac{12,5}{100} \cdot 400\,000 = 50\,000,00$$

Agora, para cada categoria, devemos considerar que o gasto é proporcional ao número de empregados. Desta forma, para obter o novo gasto, em 2014, devemos montar uma proporção para cada nível educacional, com base nas informações do gráfico de barras.

Ensino Fundamental:

$$\frac{50 \text{ funcionários}}{\text{R\$ } 50\,000} = \frac{70 \text{ funcionários}}{x}$$

$$x = \frac{50\,000 \cdot 70}{50} \therefore x = \text{R\$ } 70\,000$$

Ensino Médio:

$$\frac{150 \text{ funcionários}}{\text{R\$ } 300\,000} = \frac{180 \text{ funcionários}}{y}$$

$$y = \frac{300\,000 \cdot 180}{150} \therefore y = \text{R\$ } 360\,000$$

Ensino Fundamental:

$$\frac{10 \text{ funcionários}}{\text{R\$ } 50\,000} = \frac{20 \text{ funcionários}}{z}$$

$$z = \frac{50\,000 \cdot 20}{10} \therefore z = \text{R\$ } 100\,000$$

Então o novo gasto da empresa é

$$x + y + z = \text{R\$ } 530\,000$$

Como o gasto subiu R\$ 130 000,00 então as receitas também devem subir R\$ 130 000,00 para o lucro se manter constante.

439. Alternativa A**440. Alternativa E****441. Alternativa B****442. Alternativa D****443. Alternativa D**

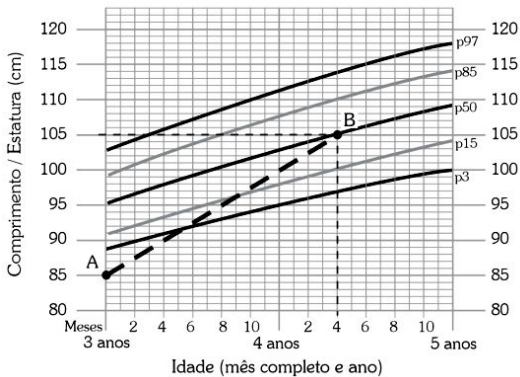
Nos anos em que houve aumento da produção (por exemplo: 2002, 2004, 2006, 2008, e mesmo o período como um todo) pode-se observar que a área plantada não aumentou muito, ou mesmo diminuiu.

Em todos esses anos, no entanto, pode-se observar aumento no rendimento médio do plantio (linha baixa do gráfico).

444. Alternativa E

O rendimento médio em 2008 situa-se entre 1000 e 1500 kg/ha e tem uma tendência média crescente entre 2001 e 2008. Se continuar crescendo, só pode se situar acima de 1000 kg/ha. A única alternativa coerente é a E.

445. Alternativa A**446. Alternativa E****447. Alternativa A**



Observando no gráfico, as informações do enunciado permitem concluir que a menina iniciou no ponto A e atingiu o ponto B, com altura de 105 cm.

A taxa i de crescimento pode ser calculada pela fórmula:

$$V_F = V_0 \cdot (1 + i)$$

Substituindo os dados, vem

$$105 = 85 \cdot (1 + i) \Leftrightarrow 1 + i = 1,235$$

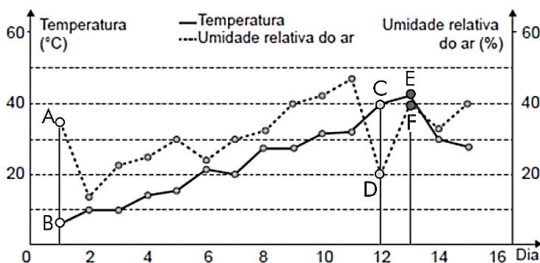
$$\therefore i = 0,235 = 23,5\%$$

448. Alternativa D

449. Alternativa A

Devemos nos atentar que o gráfico em linha cheia representa os valores de temperatura, cujo eixo está do lado esquerdo, enquanto o gráfico de linha pontilhada representa os valores de umidade, cujo eixo está do lado direito.

Consideremos os pontos destacados na figura a seguir:



No dia 1, o ponto A representa a umidade, que está entre 30% e 40% (eixo da direita). O ponto B está associado à temperatura, que é menor que 10°C (eixo da esquerda). Então essa data atende as condições para o alerta cinza.

No dia 12, o ponto C representa a temperatura, que é 40°C. Como o alerta laranja deve ser dado se a temperatura estiver ENTRE 35°C e 40°C, esse alerta **não** deveria ser dado. Perceba que essa condição confundiu muitos candidatos, que ficaram na dúvida se a temperatura de 40°C atendia ou não essa condição.

No dia 13, o ponto E representa a temperatura, que é maior que 40°C. Porém o ponto F representa a umidade, que é um valor pouco menor que 40%. Logo, **não** atende a condição do alerta vermelho, que exigia uma umidade inferior a 25%.

Portanto, o único alerta gerado corretamente é o cinza, no dia 01.

450. Alternativa E

Considere a seguinte equação:

$$\text{Desemprego Total } (D_T) = \text{Desemprego Aberto } (D_A) + \text{Desemprego Oculto } (D_O)$$

A taxa de desemprego oculto do mês de dezembro de 2012 foi a metade da mesma taxa em junho de 2012, ou seja,

$$D_O = \frac{2,2}{2} = 1,1$$

Sabemos ainda que a taxa de desemprego total em dezembro de 2012 foi igual a essa taxa em dezembro de 2011. Essa informação pode ser obtida do gráfico de linha: $D_T = 9,0$

Retornando à equação inicial, vem

$$D_T = D_A + D_O$$

$$9,0 = D_A + 1,1 \therefore D_A = 7,9$$

451. Alternativa A

Deve-se considerar as respostas propostas de A até E, e verificar qual cumpre as condições do enunciado.

Janeiro:

Devemos analisar as variações de janeiro para fevereiro. A pluviosidade (gráfico de barra) varia menos de 50 mm. A temperatura se situa, nos dois meses, entre 15°C e 20°C. Ocorre, ainda, um pequeno aumento na temperatura máxima, inferior a 5°C, como descrito.

Por isso, janeiro é o mês adequado.

Analisemos ainda o que elimina as outras opções.

B: de fevereiro para março existe uma redução, e não elevação, na temperatura máxima.

C: de agosto para setembro ocorre grande variação na pluviosidade.

D: de novembro para dezembro existe uma redução, e não elevação, na temperatura máxima.

E: de dezembro para janeiro ocorre grande variação na pluviosidade.

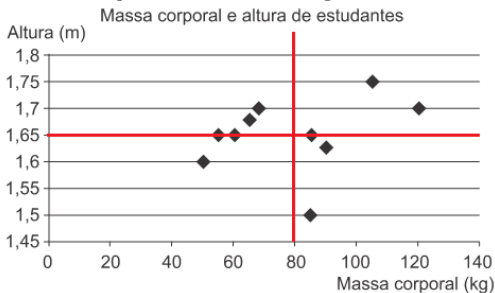
452. Alternativa C

O eixo vertical indica a nota no PISA e o eixo horizontal indica o número de horas estudadas. O cruzamento dos eixos representa a média mundial.

Assim, as notas abaixo da média são aquelas que se situam abaixo do eixo horizontal. Tais países são Rússia, Portugal, México, Itália e Israel. Destes, o país em que as crianças estudam por mais horas é Israel, porque está situado mais à direita no gráfico.

453. Alternativa B

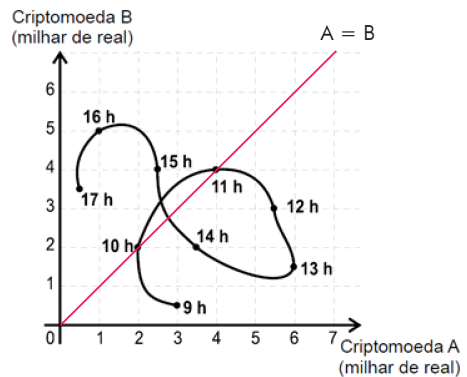
Consideremos uma reta horizontal na altura média de 1,65 m e uma reta horizontal na massa corporal média de 80 kg.



Observando-se o 2º quadrante da figura, concluímos que há 2 estudantes acima da altura média e abaixo da massa média, que representam 20% do total de estudantes representados no gráfico.

454. Alternativa B

A bissetriz do 1º quadrante corresponde aos pontos em que o valor da criptomoeda A é igual ao valor da criptomoeda B.



O valor da criptomoeda A estava maior que o valor da criptomoeda B nos pontos que estão abaixo dessa bissetriz, que correspondem aos horários de 9h, 12h, 13h e 14, num total de 4 instantes.

455. Alternativa B

Analisando o gráfico, podemos extrair as seguintes informações:

Quantidade de refrigerantes vendidos na última semana:

$$7 + 4 + 4 + 5 + 8 + 8 + 8 = 44$$

Quantidade de caldos de cana vendidos na última semana:

$$4 + 3 + 1 + 2 + 4 + 7 + 7 = 28$$

Quantidade de pastéis vendidos na última semana:

$$10 + 2 + 4 + 4 + 7 + 8 + 10 = 45$$

Expectativa de venda de refrigerante para a próxima semana é a soma da quantidade de refrigerantes e de caldo de cana da última semana:

$$44 + 28 = 72$$

Pela estimativa do vendedor, essa quantidade será também a de pastéis vendidos na próxima semana, ou seja, 72 pastéis.

A quantidade a mais de pastéis que esse comerciante deve vender na próxima semana é:

$$72 - 45 = 27$$

456. Alternativa E

De acordo com o enunciado, a temperatura máxima é marcada pelo filete preto e do lado direito. Observe então somente o lado direito.

A escala cresce de baixo para cima e a marcação preta está entre 10°C e 20°C, logo

abaixo do 20°C. Por isso, a medida mais aproximada é 19°C.

457. Alternativa A.

Os dados do reservatório A devem ser lidos no eixo da esquerda; os dados do reservatório B devem ser lidos no eixo da direita.

Com isso, observe o tempo entre $t = 8$ horas e $t = 9$ horas.

O reservatório A marca 30 000 litros (eixo da esquerda) e o reservatório B também marca 30 000 litros (eixo da direita). Essa situação perdura das 8 às 9 horas, ou seja, ela perdura por 1 hora.

458. Alternativa B

459. Alternativa E

460. Alternativa A

461. Alternativa E

462. Alternativa B

O lucro médio é obtido dividindo o lucro total pelo tempo de existência.

Empresa	Lucro	Tempo	Lucro Médio
F	24	3,0	$24/3 = 8$
G	24	2,0	$24/2 = 12$
H	25	2,5	$25/2,5 = 10$
M	15	1,5	$15/1,5 = 10$
P	9	1,5	$9/1,5 = 6$

O maior lucro é o da empresa G.

463. Alternativa E

Devemos calcular as médias aritméticas de vendas de cada lanche.

$$\text{Lanche I: } M_1 = \frac{415 + 415 + 415}{3} = 415$$

$$\text{Lanche II: } M_2 = \frac{395 + 445 + 390}{3} = 410$$

$$\text{Lanche III: } M_3 = \frac{425 + 370 + 433}{3} \cong 406,7$$

$$\text{Lanche IV: } M_4 = \frac{430 + 370 + 433}{3} = 411$$

$$\text{Lanche V: } M_5 = \frac{435 + 425 + 420}{3} \cong 426,7$$

Logo, a maior média é a do lanche V.

464. Alternativa C

Basta obter a média aritmética simples referente ao nordeste, em porcentagem:

$$x = \frac{18 + 19 + 21 + 15 + 19}{5} = 18,4$$

Assim, a média de medalhistas do nordeste é 18,4%.

465. Alternativa B

Devemos inicialmente calcular a **média** dos resultados para cada reagente. Isso corresponde às médias dos valores de cada coluna:

$$M_1 = \frac{1 + 6 + 6 + 6 + 11}{5} = 6$$

$$M_2 = \frac{0 + 6 + 7 + 6 + 5}{5} = 4,8$$

$$M_3 = \frac{2 + 3 + 8 + 10 + 11}{5} = 6,8$$

$$M_4 = \frac{2 + 4 + 7 + 8 + 12}{5} = 6,6$$

$$M_5 = \frac{1 + 2 + 9 + 10 + 11}{5} = 6,6$$

Na figura a seguir, registramos a média abaixo de cada coluna e circulamos os valores superiores àquela média, para cada reagente.

	Reagente 1	Reagente 2	Reagente 3	Reagente 4	Reagente 5
Experimento 1	1	0	2	2	1
Experimento 2	6	6	3	4	2
Experimento 3	6	7	8	7	9
Experimento 4	6	6	10	8	10
Experimento 5	11	5	11	12	11

Média 6,0 4,8 6,8 6,6 6,6

Nota-se que o reagente 2 é o que tem mais valores acima de sua média, sendo portanto o reagente procurado.

466. Alternativa B

De acordo com o enunciado, devemos obter a média das quantidades de vacinas usadas em cada mês, e o estoque desejado é 12 vezes esta média:

$$\bar{x} = \frac{21 + 22 + 25 + 31 + 21}{5}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{120}{5} = 24$$

Assim, o estoque desejado é

$$12 \times 24 = 288 \text{ vacinas.}$$

Até o momento, foram gastas 120 vacinas (soma dos 5 meses). Então, o estoque restante é

$$288 - 120 = 108 \text{ vacinas.}$$

Como existem 108 vacinas restantes e foram gastas 288, é necessário comprar

$$288 - 108 = 180 \text{ vacinas.}$$

467. Alternativa D

A média dos lucros é:

$$M = \frac{37 + 33 + 35 + 22 + 30 + 35 + 25}{7}$$

$$\therefore M = 31$$

O mês com lucro mais próximo à média é o mês V.

468. Alternativa B

A esperança em 2013 deve ser igual à média das esperanças de 2012 e 2014:

$$74,23 = \frac{73,95 + x}{2}$$

$$\Leftrightarrow 148,46 = 73,95 + x$$

$$\therefore x = 74,51$$

469. Alternativa C

470. Alternativa B

471. Alternativa E

Chamando de x o lucro de junho e fazendo igual a 30 a média dos 6 meses, temos:

$$\frac{21 + 35 + 21 + 30 + 38 + x}{6} = 30$$

$$\Leftrightarrow 145 + x = 180 \therefore x = 35$$

472. Alternativa C

473. Alternativa D

O número de unidades vendidas em dezembro é dado por

$$\bar{x} = \frac{700 + 2500 + 2500 + 2800 + 2700}{5}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{11200}{5} = 2240$$

A redução de novembro pra dezembro é $2700 - 2240 = 460$ unidades.

Se essa redução se mantiver para 2012, então teremos:

$$\text{Janeiro/12: } 2240 - 460 = 1780$$

$$\text{Fevereiro/12: } 1780 - 460 = 1320$$

$$\text{Março/12: } 1320 - 460 = 860$$

$$\text{Abril/12: } 860 - 460 = 400$$

Percebemos, então, que o primeiro mês em que o número de unidades vendidas ficará abaixo do valor registrado em Jul/2011 (700) será abril/2012.

474. Alternativa B

Média do aluno X:

$$\bar{x} = \frac{5 + 5 + 5 + 10 + 6}{5} = 6,2$$

Média do aluno Y:

$$\bar{x} = \frac{4 + 9 + 3 + 9 + 5}{5} = 6$$

Média do aluno Z:

$$\bar{x} = \frac{5 + 5 + 8 + 5 + 6}{5} = 5,8$$

Apenas o aluno Z tem média abaixo de 6 e será reprovado.

475. Alternativa A

O jogador eleito como melhor jogador da última temporada fez um total de $18 \cdot 5 = 90$ pontos nos últimos 5 jogos. Logo, o jogador que precisa fazer a menor quantidade de pontos no último jogo da temporada atual é o que possui a maior soma de pontos nos quatro jogos anteriores. Avaliando cada um dos jogadores, concluímos que aquele que fez maior soma de pontos nos quatro primeiros jogos foi o jogador I, com $12 + 25 + 20 + 20 = 77$ pontos.

476. Alternativa B

477. Alternativa D

Calculando a média da receita bruta das empresas nos três anos:

Alfinetes V	$\frac{200 + 220 + 240}{3} = 220$
Balas W	$\frac{200 + 230 + 200}{3} = 210$

Chocolates X	$\frac{250 + 210 + 215}{3} = 225$
Pizzaria Y	$\frac{230 + 230 + 230}{3} = 230$
Tecelagem Z	$\frac{160 + 210 + 245}{3} = 205$

As duas maiores médias pertencem a Pizzaria Y e Chocolates X.

478. Alternativa E

479. Alternativa D.

Como em 2016 houve 3 figuras a mais que em 2015, e a venda de carros foi 360 unidades superior, então cada figura corresponde a $360/3 = 120$ carros.

Com isso, as vendas são:

2014: 1 figura = 120 carros

2015: 2 figuras = 240 carros

2016: 5 figuras = 600 carros

E a média é:

$$M = \frac{120 + 240 + 600}{3} = 320 \text{ carros}$$

480. Alternativa D

A média do número de casos por bairro é:

$$M = \frac{237 + 262 + 158 + 159 + 160 + 278 + 300 + 271}{8}$$

$$\therefore M = \frac{1832}{8} = 229$$

Analisando a tabela, existem:

5 regiões acima da média, necessitando

$$5 \times 10 = 50 \text{ funcionários.}$$

3 regiões abaixo da média, necessitando

$$3 \times 7 = 21 \text{ funcionários.}$$

Ao todo, são 71 funcionários.

481. Alternativa B

482. Alternativa C

Devemos comparar a média de precipitações de dois meses consecutivos:

$$\text{- out/nov: } \frac{250 + 150}{2} = 200$$

$$\text{- nov/dez: } \frac{150 + 200}{2} = 175$$

$$\text{- dez/jan: } \frac{200 + 450}{2} = 325$$

$$\text{- jan/fev: } \frac{450 + 100}{2} = 275$$

$$\text{- fev/mar: } \frac{100 + 200}{2} = 150$$

A maior média é aquela que se iniciou com a precipitação de dezembro.

483. Alternativa D

Para os médicos, as variações nas duas décadas são $292\,000 - 219\,000 = 73\,000$ e

$365\,000 - 292\,000 = 73\,000$. Como as

variações foram iguais, a média entre elas também será 73 000. Assim, a estimativa para o número de médicos em 2020 é

$$365\,000 + 73\,000 = 438\,000$$

Para a população brasileira, as variações nas duas décadas são

$$170\,000 - 147\,000 = 23\,000 \text{ e}$$

$$191\,000 - 170\,000 = 21\,000. \text{ A variação}$$

$$\text{para 2020 seria } \frac{23\,000 + 21\,000}{2} = 22\,000.$$

Assim, a estimativa para a população brasileira em 2020 seria

$$191\,000 + 22\,000 = 213\,000 \cdot 10^3 \text{ pessoas.}$$

Logo, o número de médicos por 1000

habitantes é dado por:

$$\frac{438\,000 \text{ med}}{213\,000 \cdot 10^3 \text{ hab}} = \frac{x \text{ med}}{10^3 \text{ hab}}$$

$$x = 2,06 \text{ médicos/1000 hab}$$

484. Alternativa A

485. Alternativa B.

Média inicial:

$$M = \frac{18 + 16 + 17 + 13 + 14 + 1 + 19 + 14 + 16 + 12}{10} = 14$$

No novo critério, devemos desconsiderar as notas 1 e 19. A nova média será:

$$M' = \frac{18 + 16 + 17 + 13 + 14 + 14 + 16 + 12}{8} = 15$$

Logo a média será 1 ponto maior.

486. Alternativa B

487. Alternativa C

488. Alternativa E

489. Alternativa B

Para obter a nota final, devem-se somar as notas das cinco etapas e dividir por cinco.

No entanto, não são fornecidas as notas das quatro primeiras etapas, apenas a sua média.

Para calcular corretamente, deve-se usar uma média ponderada em que a média das quatro primeiras etapas entre com peso 4 (por corresponder a 4 provas) e a pontuação na quinta etapa entre com peso 1.

Nota por candidato:

$$N_A = \frac{90 \cdot 4 + 60 \cdot 1}{5} = \frac{420}{5} = 84$$

$$N_B = \frac{85 \cdot 4 + 85 \cdot 1}{5} = \frac{425}{5} = 85$$

$$N_C = \frac{80 \cdot 4 + 95 \cdot 1}{5} = \frac{415}{5} = 83$$

$$N_D = \frac{60 \cdot 4 + 90 \cdot 1}{5} = \frac{330}{5} = 66$$

$$N_E = \frac{60 \cdot 4 + 100 \cdot 1}{5} = \frac{340}{5} = 68$$

Por isso, a ordem decrescente de média é B, A, C, E, D.

490. Alternativa D

Valor médio dos investimentos da França no Brasil:

$$F = \frac{825 + 485 + 1458 + 744 + 1214}{5} = 945,2$$

Valor médio dos investimentos do Brasil na França.

$$B = \frac{367 + 357 + 354 + 539 + 280}{5} = 379,4$$

A diferença entre os investimentos franceses e brasileiros é

$$d = 945,2 - 379,4 = 565,8 \text{ milhões de dólares}$$

491. Alternativa D

492. Alternativa C

Seja S a soma das alturas do time original de 20 jogadores. Dado que a média de alturas era 1,80, temos:

$$\frac{S}{20} = 1,80 \Leftrightarrow S = 36 \text{ m}$$

Com a substituição de um jogador por outro que era 0,20 m mais baixo, a soma das alturas do time diminui em 0,20 m. Assim, a nova soma de alturas é

$$S' = 36 - 0,20 = 35,80 \text{ m}$$

Portanto, a média de altura com o novo grupo de jogadores (ainda com 20 integrantes) é

$$M' = \frac{35,80}{20} = 1,79 \text{ m}$$

493. Alternativa D

Seja S a soma das alturas da equipe original. Dado que a média de alturas era 1,93, temos:

$$\frac{S}{15} = 1,93 \therefore S = 28,95 \text{ m.}$$

A nova média de alturas deve ser 1,99 m. A nova soma das idades é calculada retirando, da soma anterior, as quatro menores alturas, dadas no texto, e acrescentando o novo jogador contratado (de altura 2,02 m) e as três novas alturas desconhecidas, que chamaremos h_1 , h_2 e h_3 .

$$\frac{S'}{15} = 1,99 \Leftrightarrow S' = 29,85$$

$$\Leftrightarrow 28,95 - (1,78 + 1,82 + 1,84 + 1,86) +$$

$$+ (2,02 + h_1 + h_2 + h_3) = 29,85$$

$$\Leftrightarrow 23,67 + h_1 + h_2 + h_3 = 29,85$$

$$\therefore h_1 + h_2 + h_3 = 6,18 \text{ m}$$

Logo, a média de alturas desses 3 atletas é

$$\bar{x} = \frac{h_1 + h_2 + h_3}{3} = \frac{6,18}{3} = 2,06$$

494. Alternativa D

Cada idade tem uma certa frequência nesse grupo. Calculemos a média das idades como uma média ponderada, utilizando as frequências como pesos:

$$\bar{x} = \frac{9 \cdot 6 + 18 \cdot 12 + 27 \cdot 9}{6 + 12 + 9}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{513}{27} = 19$$

495. Alternativa C

A média dos salários é

$$M = \frac{75 \cdot 2000 + 25 \cdot 7000}{75 + 25} = \frac{325000}{100}$$

$$\therefore M = \text{R\$ } 3250$$

496. Alternativa A

497. Alternativa D

498. Alternativa C

Para cada empresa, devemos calcular a média ponderada a partir dos pesos fornecidos para cada procedimento.

Empresa X:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 3 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 2}{3 + 5 + 2} = \frac{24}{10} = 2,4$$

Empresa

$$\bar{y} = \frac{1 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 2 \cdot 2}{3 + 5 + 2} = \frac{27}{10} = 2,7$$

Empresa

$$\bar{z} = \frac{4 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 2}{3 + 5 + 2} = \frac{31}{10} = 3,1$$

Empresa W: $\bar{w} = \frac{3 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2}{3 + 5 + 2} = \frac{30}{10} = 3$

Empresa T: $\bar{t} = \frac{4 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 4 \cdot 2}{3 + 5 + 2} = \frac{30}{10} = 3$

Logo, a maior média ponderada é a da empresa Z.

499. Alternativa B

Podemos calcular a média de faturamento como uma média ponderada em que as quantidades de meses são tratadas como os pesos.

Assim,

$$\bar{x} = \frac{3,5 \cdot 3 + 2,5 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 7,5 \cdot 1}{3 + 2 + 2 + 4 + 1}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{45}{12} = 3,75 \text{ milhões de reais}$$

Logo, o resultado da média pertence ao intervalo da comissão II.

500. Alternativa A

Para cada candidato, sua média (M) será calculada usando a fórmula de média ponderada

$$M = \frac{N_1 \cdot p_1 + N_2 \cdot p_2}{p_1 + p_2}$$

em que N_1 e N_2 são as notas, e p_1 e p_2 são os pesos.

Para o candidato 1, temos:

$$M_1 = \frac{20 \cdot 4 + 23 \cdot 6}{4 + 6} = 21,8$$

Para o candidato 3, temos:

$$M_2 = \frac{21 \cdot 4 + 18 \cdot 6}{4 + 6} = 19,2$$

Para ser o vencedor da competição, o candidato 2 deverá superar a média 21,8, ou seja

$$M_2 > 21,8 \Leftrightarrow \frac{x \cdot 4 + 25 \cdot 6}{4 + 6} > 21,8$$

$$\Leftrightarrow 4x + 150 > 218 \therefore x > 17$$

Uma vez que as notas são apenas números inteiros, para que o candidato 2 vença a competição deverá obter, no mínimo, a nota 18.

501. Alternativa D

O cálculo da média diária de garrafas pode ser feito através da fórmula da média ponderada, considerando a quantidade de dias como pesos:

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 52 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1}{52 + 5 + 2 + 1}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{12}{60} = 0,2 \text{ garrafa/dia}$$

502. Alternativa A

503. Alternativa D

Do enunciado sabe-se que a nota é obtida por uma média ponderada e que os “créditos” são os pesos.

Além disso, como o aluno precisa atingir avaliação “bom” ou “excelente”, a mínima nota para isso é 7,0. Esta será o resultado da média.

Assim, chamemos de “x” a menor nota na disciplina I para que ele atinja o que quer:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + x_4 \cdot p_4 + x_5 \cdot p_5}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5}$$

$$\Leftrightarrow 7 = \frac{x \cdot 12 + 8 \cdot 4 + 6 \cdot 8 + 5 \cdot 8 + 7,5 \cdot 10}{12 + 4 + 8 + 8 + 10}$$

$$\Leftrightarrow 7 = \frac{12x + 195}{42} \therefore x = 8,25$$

504. Alternativa C

A soma dos percentuais deve ser igual a 100:

$$x + y + x = 100 \Leftrightarrow 2x + y = 100 \text{ (I)}$$

A média de tempo de leitura do grupo é ponderada por esses percentuais:

$$\frac{3 \cdot x + 5 \cdot y + 12 \cdot x}{x + y + z} = 6 \Leftrightarrow \frac{15x + 5y}{100} = 6$$

$$\Leftrightarrow 15x + 5y = 600 \Leftrightarrow 3x + y = 120$$

$$\therefore y = 120 - 3x \text{ (II)}$$

Substituindo (II) em (I), vem

$$2x + (120 - 3x) = 100 \therefore x = 20$$

Em (I), temos:

$$2 \cdot 20 + y = 100 \quad \therefore y = 60$$

505. Alternativa D

A média ponderada das quatro notas (x_1, x_2, x_3, x_4) com pesos (p_1, p_2, p_3, p_4) é dada por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + x_4 \cdot p_4}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4}$$

A partir dos dados do enunciado, vem

$$60 = \frac{46 \cdot 0,2 + 60 \cdot 0,1 + 50 \cdot 0,3 + x_4 \cdot 0,4}{0,2 + 0,1 + 0,3 + 0,4}$$

$$\Leftrightarrow 60 = 9,2 + 6 + 15 + 0,4 \cdot x_4$$

$$\therefore x_4 = 74,5$$

506. Alternativa D

A média será uma média ponderada em que as quantidades de trabalhadores (frequências) serão os pesos.

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 50 + 1 \cdot 17 + 2 \cdot 15 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 2}{50 + 17 + 15 + 10 + 6 + 2}$$

$$\Leftrightarrow \bar{x} = \frac{17 + 30 + 30 + 24 + 10}{100} \quad \therefore \bar{x} = 1,11$$

507. Alternativa B

508. Alternativa A

509. Alternativa B.

Para obter a mediana, primeiro convém escrever os dados em ordem crescente, na forma de rol.

6,8	7,5	7,6	7,6	7,7	7,9	7,9
8,1	8,2	8,5	8,5	8,6	8,9	9,0

Como há 14 termos, dividem-se dois grupos de mesmo tamanho. A mediana é a média dos termos centrais.

$$Md = \frac{7,9 + 8,1}{2} = 8,0$$

510. Alternativa D.

Para obter a mediana, devemos colocar, para cada candidato, suas notas em ordem crescente. Como há quatro notas, a mediana será a média aritmética das notas que estiverem no centro da lista.

Candidato K: 33, 33, 33 34.

$$\text{Mediana: } \frac{33 + 33}{2} = 33$$

Candidato L: 32, 33, 34, 39

$$\text{Mediana: } \frac{33 + 34}{2} = 33,5$$

Candidato M: 34, 35, 35, 36

$$\text{Mediana: } s \frac{35 + 35}{2} = 35$$

Candidato N: 24, 35, 37, 40

$$\text{Mediana: } \frac{35 + 37}{2} = 36$$

Candidato P: 16, 26, 36, 41

$$\text{Mediana: } \frac{26 + 36}{2} = 31$$

Portanto, a maior mediana é do candidato N.

511. Alternativa E

512. Alternativa B

513. Alternativa B

514. Alternativa D

Para obter a mediana é necessário, primeiro, colocar os números em ordem (fazer o rol):

$$(20,50; 20,60; 20,60; 20,80; 20,90; 20,90; 20,90; 20,96)$$

Como há um número par de elementos, a mediana é a média dos elementos centrais:

$$Md = \frac{20,80 + 20,90}{2} = 20,85$$

515. Alternativa C

Primeiramente, construímos o rol dessa sequência:

(11, 11, 12, 13, 15, **15**, **16**, 16, 17, 18, 20, 24)

Como a sequência tem 12 termos, a mediana será média aritmética dos dois termos centrais, na 6ª e 7ª posições:

$$Md = \frac{15 + 16}{2} = 15,5$$

516. Alternativa C

517. Alternativa D

Os lucros correspondem aos resultados positivos da subtração da receita pelo custo. No mês de janeiro, por exemplo, houve um lucro de 3 milhões $(6 - 3)$, enquanto em fevereiro houve prejuízo de 1 milhão $(4 - 5)$. Construímos então a lista formada

apenas pelos lucros registrados nesse período:

(3, 1, 5, 3, 2, 4, 1, 4)
JAN MAR MAI JUN JUL SET NOV DEZ

Organizamos então em ordem crescente:

(1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 5)

A mediana, portanto, é $\frac{3+3}{2} = 3$.

518. Alternativa D

Ordenando as notas da equipe Gama de forma crescente:

(0; 6; 6,5; 6,5; 7; 7; 8; 8; 10; 10)

Como o número de elementos é par, a mediana é dada pela média aritmética entre a 5ª e a 6ª notas:

$$Md = \frac{7+7}{2} = 7.$$

E por isso ela ficou em terceiro lugar, com nota 7,0.

Supondo que o aluno faltoso tivesse obtido nota 10, a distribuição seria:

(6; 6,5; 6,5; 7; 7; 8; 8; 10; 10; 10)

E a nova mediana seria

$$Md = \frac{7+8}{2} = 7,5$$

Então, mesmo que o aluno faltante tivesse comparecido e obtido 10, a mediana subiria apenas para 7,5, o que ainda está abaixo da nota 7,6 obtida pelo segundo lugar.

Então a equipe Ômega permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.

519. Alternativa B

520. Alternativa B

Da tabela concluímos que foram entrevistadas 1000 famílias no total. Os dois termos centrais no rol do número de crianças por família serão o 500º e 501º.

(0, 0, 0, ..., 0, 1, 1, 1, ..., ^{500º}1, ^{501º}2, 2, 2...)

100 termos 400 termos

Assim, a mediana é $\frac{1+2}{2} = 1,5$

521. Alternativa C

A mediana de uma sequência é obtida considerando os valores em ordem crescente. Se o número de termos for ímpar

a mediana é o termo central. Se o número de termos for par a mediana é a média entre os dois termos centrais.

Neste caso temos 200 termos. Isso se divide em dois grupos de 100. A mediana será a média entre o 100º e o 101º elemento da lista:

Preço	Nº Hotéis	Termos
R\$ 200 (A)	$\frac{25}{100} \cdot 200 = 50$	1º até 50º
R\$ 300 (B)	$\frac{25}{100} \cdot 200 = 50$	51º até 100º
R\$ 400 (C)	$\frac{40}{100} \cdot 200 = 80$	101º até 180º

Assim a mediana é

$$\frac{300+400}{2} = 350$$

522. Alternativa C

O preço p para o qual pelo menos 50% dos apartamentos têm preço inferior a p é a mediana dos preços desses apartamentos.

Como são 105 apartamentos, o preço correspondente à mediana seria o 53º preço na ordem crescente.

Observando-se o gráfico, vemos que há $5 + 10 + 5 + 15 + 20 = 55$ apartamentos até faixa preço de 700 a 800 reais.

Assim, o preço $p = 800$ é o menor preço entre as alternativas que garante que metade dos apartamentos tem preço inferior a p .

523 Alternativa D

524. Alternativa E

A série analisada é a de gols. A quantidade de partidas é a frequência, um dado auxiliar.

A média dos gols deve ser ponderada utilizando as frequências como pesos:

$$X = \frac{0 \cdot 5 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 7 \cdot 1}{5 + 3 + 4 + 3 + 2 + 2 + 1}$$

$$\therefore X = 2,25$$

A mediana é a quantidade de gols tal que metade dos resultados fica acima (ou igual), e metade fica abaixo (ou igual) deste valor.

Como são 20 partidas, basta colocar a quantidade de gols em ordem e obter os resultados da 10ª e da 11ª partidas.

Os 11 primeiros resultados são:

0	0	0	0	0
0	1	1	1	2
	2	2		

Logo a mediana é $Y = 2$

Moda de uma série é gols.o resultado que ocorre com maior frequência. Neste caso, a moda é $Z = 0$ gol, porque é o que ocorre com maior frequência,

525. Alternativa D

No térreo, entram 4 e saem 0, totalizando **4 pessoas** no elevador.

No primeiro andar, entram mais 4 pessoas (além das que já estavam desde o térreo) e saem 3, totalizando $4 + 4 - 3 = \mathbf{5}$ **pessoas** no elevador.

No segundo andar, entra 1 pessoa e sai uma pessoa, mantendo ainda **5 pessoas** no elevador.

No terceiro andar, entram 2 pessoas, mas também saem 2 pessoas, mantendo ainda **5 pessoas** no elevador.

No quarto andar, entram 2 pessoas e não sai nenhuma, totalizando $5 + 2 = \mathbf{7}$ **pessoas** no elevador.

Finalmente, no quinto andar, entram 2 pessoas e saem 6, totalizando $7 + 2 - 6 = \mathbf{3}$ **pessoas** no elevador.

Portanto, sequência do número de pessoas no elevador é (4, 5, 5, 5, 7, 3). A moda, ou seja, o termo de maior frequência é 5.

526. Alternativa A

527. Alternativa B

Para obter mediana e moda é adequado, inicialmente, compor o rol dos dados: uma lista com os valores das temperaturas em ordem crescente.

(13,5; 13,5; 13,5; 13,5; 14; 15,5; 16; 18; 18; 18,5; 19,5; 20; 20; 20; 21,5)

Em uma lista com quantidade ímpar de termos, o termo central é a mediana. Desta forma, a mediana é 18°C.

A moda é o termo de maior frequência, ou seja, com mais repetições na listagem. Neste caso, a moda é 13,5°C.

Finalmente, a média é:

$$\bar{x} = \frac{13,5+13,5+13,5+13,5+14+15,5+16+18+18+18,5+19,5+20+20+20+21,5}{15} = \frac{255}{15} = 17$$

528. Alternativa E

529. Alternativa E

Média das quantidades de viagens:

$$M = \frac{1 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 55 + 4 \cdot 25 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 50 + 7 \cdot 10}{10 + 10 + 55 + 25 + 0 + 50 + 10}$$

$$\therefore M = \frac{665}{160} \cong 4,16$$

Como foram realizadas 160 viagens, a mediana é dada pela média dos valores que ocupam a 80ª e 81ª posição. Logo, a mediana é $\frac{4+4}{2} = 4$

Como o número de viagens de maior frequência é 3, temos que a moda é 3. Portanto, moda < mediana < média

530. Alternativa D

531. Alternativa A

Seja b a quantidade sapatos brancos e p a quantidade de sapatos pretos. Como o sapato de cor branca é representado por 0 e o de cor preta é representado por 1, então a média dessa distribuição, que vale 0,45, é dada por

$$\frac{b \cdot 0 + p \cdot 1}{b + p} = 0,45 \Leftrightarrow p = 0,45b + 0,45p$$

$$\Leftrightarrow 0,55p = 0,45b \therefore b = \frac{11}{9} \cdot p$$

De onde concluímos que há mais sapatos brancos do que pretos.

Em relação ao número dos sapatos, observa-se que a moda é igual a 38. Sabe-se que a moda é o valor que ocorre com maior frequência. Se a moda é 38 significa que a maior parte dos sapatos com defeito é do número 38.

Por isso, a loja recusará sapatos brancos e sapatos de número 38.

532. Alternativa C

Seja x a quantidade de jogadores de futebol. Então a quantidade de jogadores de basquete é $x + 1$.

O total de alunos seria $x + (x + 1) = 2x + 1$, que é uma quantidade ímpar. Nesse caso, a mediana, 1,67 m, é dada pelo termo central do rol. O único aluno com essa altura é o F. Concluímos que os x alunos mais baixos que F tem altura menor que 1,67 e serão jogadores de futebol.

Os x alunos mais altos que F tem altura maior que 1,67 e serão jogadores de basquete.

O próprio aluno F também é jogador de basquete, completando $x + 1$ jogadores desse esporte,

Assim, P e J são jogadores de futebol, enquanto F e M são jogadores de basquete.

533. Alternativa D.

A probabilidade pedida é

$$P = \frac{\text{quantidade de horários inferiores a } 6:21}{21 \text{ dias}}$$

Considerando apenas os minutos, os dados do problema estabelecem a mediana (22) e a moda (21).

Considerando 21 horários anotados em ordem crescente, a mediana será o 11º deles.

Como a moda é 21, então deve haver pelo menos dois termos “21” na sequência.

Imaginando um esboço da sequência:

$$(15, 16, 17, 18, 19, 20, ?, \\ ?, 21, 21, \underline{22}, \dots)$$

mediana

A moda é única, portanto, não pode haver somente dois termos “21” – caso contrário, um dos números menores teria que se repetir, e a sequência seria bimodal. Atualizando o “esboço”:

$$(15, 16, 17, 18, 19, 20, ?, \\ 21, 21, 21, \underline{22}, \dots)$$

mediana

Neste caso, é possível conciliar a moda 21 e a mediana 22, ao mesmo tempo em que

restam 7 dados inferiores a 21. A probabilidade, neste caso, é $P = \frac{7}{21}$

534. Alternativa A

535. Alternativa E

536. Alternativa B

Marco e Paulo obtiveram a mesma média. Desta forma, o critério de desempate é a regularidade.

Regularidade é o contrário de discrepância. É mais regular o candidato que tiver notas mais próximas umas das outras. Uma forma de medir a regularidade é a análise do desvio padrão.

Quanto maior o desvio padrão, mais heterogênea é a série (mais valores extremos). Já um desvio padrão pequeno indica notas homogêneas (mais regulares, mais próximas da média).

Portanto, Marco será selecionado.

537. Alternativa C

538. Alternativa C

O desvio padrão indica a heterogeneidade de um conjunto de medidas. Quanto maior o desvio, mais heterogêneo (e menos regular).

Atleta mais regular:

III, que tem o menor desvio padrão.

Atleta menos regular:

II, que tem o maior desvio padrão.

A luta ocorrerá entre II e III.

539. Alternativa C

540. Alternativa C

541. Alternativa E

O desvio padrão está dado por $\frac{90\text{kg}}{\text{talhão}}$.

Para converter em sacas por hectare, devemos converter a massa para sacas, e a área em hectares.

Como $60 \text{ kg} = 1 \text{ saca}$, então $90 \text{ kg} = 1,5 \text{ kg}$.

Como $10\,000 \text{ m}^2 = 1 \text{ hectare}$, então $1 \text{ talhão} = 30\,000 \text{ m}^2 = 3 \text{ hectares}$.

Logo, o desvio padrão é:

$$\sigma = \frac{90\text{kg}}{\text{talhão}} = \frac{1,5 \text{ saca}}{3 \text{ hectares}} \therefore \sigma = 0,5 \frac{\text{saca}}{\text{hectare}}$$

Variância é o quadrado do desvio padrão.

Logo,

$$V = \sigma^2 = \left(0,5 \frac{\text{saca}}{\text{hectare}}\right)^2 = 0,25 \left(\frac{\text{saca}}{\text{hectare}}\right)^2$$

542. Alternativa B

543. Alternativa E

544. Alternativa C